

修士論文

陽子半径測定用の
低エネルギー電子スペクトロメータ

Low-energy electron spectrometer
for proton radius measurement

東北大学院理学研究科

物理学専攻

青 柳 泰 平

平成 30 年

修士論文

陽子半径測定用の低エネルギー電子スペクトロメータ

東北大学大学院理学研究科

物理学専攻

青柳泰平

平成 30 年

目次

第 1 章	序論	1
1.1	陽子半径問題	1
1.2	陽子荷電半径と散乱実験	3
1.2.1	電子陽子弾性散乱	3
1.2.2	陽子半径値と電荷形状因子	5
1.2.3	Rosenbluth 分離	6
1.2.4	陽子の荷電半径の決定と荷電密度分布	6
1.3	本稿の内容	8
第 2 章	ULQ2 実験	11
2.1	先行研究における電子散乱の解析モデル依存性	11
2.2	ULQ2 実験の特徴	13
2.2.1	極低運動量移行における散乱断面積	14
2.2.2	散乱断面積の絶対値測定	14
2.2.3	形状因子の理論モデルに依らない Rosenbluth 分離	15
2.3	要求される条件	16
2.4	実験装置	18
2.4.1	ビームライン	18
2.4.2	CH ₂ 標的	18
2.4.3	スペクトロメータ	20
第 3 章	低エネルギー散乱電子スペクトロメータ	23
3.1	設計思想	23
3.1.1	座標などの変数の定義	23
3.1.2	磁極形状の設計	25
第 4 章	Geant4 シミュレーションによるスペクトロメータの解析	27
4.1	測定量と焦点面上の位置の対応関係	27
4.1.1	運動量と焦点面上の位置の対応	27

4.2	コリメータの設計	33
4.2.1	コリメータの厚さ	33
4.2.2	コリメータによるバックグラウンド事象	35
4.3	ターゲットチェンバーの設計	36
4.4	その他のバックグラウンドの評価	44
4.4.1	検出器付近のマイラー	44
4.5	Geant4 シミュレーションのまとめと展望	48
第 5 章	Summary	53

目 次

1.1	2015年に発表された review 論文 [2] で記されている、電子散乱・水素原子分光・ミューオニック水素分光によって求められた陽子半径値をそれぞれ黒丸で示し、2017、2018年に新たに発表された水素原子分光の結果 [8][9] をそれぞれ赤丸で示した。	4
1.2	一光子交換過程における電子-陽子弾性散乱のファインマン図	5
1.3	Rosenbluth 分離のモデル。ある運動量移行 Q^2 に対して散乱角を変えた実験を行ったときに、測定される散乱断面積を縦軸に、散乱角 θ を用いて表される $\alpha(\theta)$ を横軸にとると、その切片が $G_E^2(Q^2)$ に、傾きが $G_M^2(Q^2)$ となる。	7
1.4	(a)exp 型を仮定した陽子の電荷密度分布。陽子荷電半径値として、電子散乱による測定値 $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0.88 \text{ fm}$ の位置に縦線を入れた。(b) 積分範囲を区切って ($r = 0 - r_{cut}$) 陽子半径値を求めようとした場合の実際の陽子半径値との割合 ($Ratio = R(r_{cut})/R(\infty)$) を表した図。2.7 fm (陽子半径値の3倍以上) まで電荷分布を決定しなければ、陽子半径値の 98 % を再現することはできない。	9
2.1	Mainz 大グループによって測定された電荷形状因子 G_E の Q^2 依存性を表したグラフ [13]。灰色部分は、我々の測定する運動量移行領域。	12
2.2	dipole 型形状因子を仮定したときには、測定結果から形状因子は点線で fit される。ところが、散乱断面積について絶対値を直接測定できない場合、実際の電荷形状因子 G_E が実線のような分布をしていると、陽子半径のその定義式 (1.2.11) から誤った値を見積もることとなる [18]。図中の data は、Mainz 大の測定領域を表す。	13
2.3	ULQ2 実験の測定する Q^2 と θ の領域を示したグラフ。測定する運動量移行領域を水色の領域で、散乱角の範囲を縦線で表した。ビームのエネルギーを変え、かつ広範囲での測定が可能なスペクトロメータを用いることで、ある Q^2 に対して変化させた散乱角 θ による測定が可能となる。	15

2.4	標的の違いによる、散乱電子のもつエネルギーの違い。入射電子のエネルギーを最小の 20 MeV および最大の 60 MeV についてそれぞれ示した。曲線はそれぞれ、 ^{12}C 原子核と陽子 p および金原子核 Au を標的としたときのグラフ。縦線は、測定範囲である、 $30^\circ < \theta < 150^\circ$ を表している。	17
2.5	ビームラインとスペクトロメータのイメージ図。電子ビームを遮蔽体で囲まれた RI Station の手前で分岐させ、2 回 120° で曲げ、ターゲットへと照射する。	19
2.6	スペクトロメータとターゲットチェンバーの断面図。スペクトロメータは散乱槽・双極電磁石・焦点面検出器で構成されている。赤線は、散乱電子の中心軌道を表す。	21
2.7	ターゲットチェンバーの模式図。散乱角が変わり、腕の部分の角度が変わっても、球の部分は平板と一緒に左右に動き、真空を保ち続けることができる。	22
3.1	スペクトロメータ座標系 (x_S, y_S, z_S) と散乱電子の生成角度 (θ_S, ϕ_S) 、検出器上の位置 (x_F, y_F) を図で表す。	24
3.2	散乱角と焦点面検出器上での位置 y_F の関係。	25
4.1	中心運動量 20, 60 MeV/c で運動量 $\delta = 0, \pm 4\%, \pm 8\%, \pm 12\%$ とし、各 ϕ_S に対して θ_S を一様に振ったときの、検出器上での x_F 分布。	30
4.2	各 ϕ_S に対して θ_S を一様に振ったときの、 $x_F - \delta$ グラフ。中心運動量は 60 MeV/c。それぞれのグラフの線形フィットの結果を赤線で示した。	31
4.3	中心運動量 20, 60 MeV/c とし、各 ϕ_S に対して θ_S を一様に振ったときの、ピークの幅 σ_x をまとめたグラフ。	32
4.4	コリメータの形状の模式図。30 mm \times 30 mm の大きさの穴が開いている。また、穴の形状は (a) 平行型と (b) テーパー付き型の 2 通りでシミュレーションを行った。	34
4.5	コリメータの代わりに鉛板を置いたシミュレーション。コリメータの厚さを変えていったときの、検出器で検出される散乱電子のイベントの割合を示した。	35
4.6	検出器上での x_F 分布。(a) は生成角度をアクセプタンス内 ($\Delta\theta_S, \Delta\phi_S < 100$ mrad) 一様としコリメータなし。(b) は生成角度を 200 mrad \times 200 mrad で一様としコリメータは平行型。	37
4.7	コリメータにテーパーを付けたときの検出器上での x_F 分布。テーパーの角度はそれぞれ (c) 25 mrad、(d) 50 mrad、(e) 100 mrad とした。	38
4.8	フランジ穴の断面図。	40

4.9 円錐型の穴をもつフランジ (図??) のときのシミュレーションの検出器上のヒストグラム。下側のグラフは検出器上のヒットマップで、上側のグラフは、これを x_{FC} 方向に射影したもの。 43

4.10 円錐型ターゲットチェンバーフランジにおけるバックグラウンド事象をつくる生成角度の図。 45

4.11 鉛筆型 (図??型) のときのシミュレーションの検出器上のヒストグラム。 46

4.12 鉛筆型ターゲットチェンバーフランジにおけるバックグラウンド事象をつくる生成角度の図。 47

4.13 頂角を広げた円錐型の穴をもつフランジ (図??:広円錐型) のときのシミュレーションの検出器上のヒストグラム。 48

4.14 鉛筆型ターゲットチェンバーフランジにおけるバックグラウンド事象をつくる生成角度の図。 49

4.15 球と腕の接合部分から先の部分をさらに広げた (図??型: TC8) のときのシミュレーションの検出器上のヒストグラム。 50

4.16 マイラーの有無による運動量分解能の悪化の影響。 51

表 目 次

2.1	ビームラインにおけるパラメータ	18
2.2	Single-Sided Silicon Detector(SSSD)のパラメータ	22
3.1	スペクトロメータのパラメータ。	26
4.1	運動量 δ と焦点面上での位置 x_F の対応関係を解析するためのシミュレーション	28
4.2	$x_F - \delta$ グラフを各 ϕ_S に対して1次式 $x_F = a_0 + a_1\delta$ でフィットしたときの係数 a_0, a_1	29
4.3	鉛板の厚みと検出される電子の個数のシミュレーションの条件	35
4.4	コリメータが与えるバックグラウンドの評価のためのシミュレーションの条件	36
4.5	コリメータによるバックグラウンドの影響	39
4.6	ターゲットチェンバーのフランジ穴の形状を決定するためのシミュレーションに 関する条件	41
4.7	ヒストグラムの情報	42
4.8	各種ターゲットチェンバーにおけるバックグラウンドの原因の内訳	42
4.9	マイラーが与えるバックグラウンドの評価のためのシミュレーションの条件	47
4.10	マイラーの有無による運動量分解能への影響	49

第1章 序論

1.1 陽子半径問題

陽子は、我々にとって最も身近な物質であり、現代物理学（特に素粒子・原子核分野）において重要な役割を果たしてきた。研究対象となってから100年以上が経過した現在においても、様々な現象を調べるための”道具”であり、かつ陽子自体も、陽子の崩壊や陽子のスピン構造の問題など、物理学において重要な未解決問題を抱えている。

一方で、物質の基本的な量というべき大きさ（半径）の測定については、半世紀以上の歴史がある。

しかし、2010年に報告された新しい手法による測定によって、陽子半径の測定に関しては、追試や実験データの再解析などの必要に迫られた。この半径測定には、大きく分けて、散乱実験と分光実験の二種類の互いに独立な手法が存在する。

陽子半径と電子散乱

初めて人類が陽子の半径についての評価を行った実験は、R.Hofstadterによって行われた高エネルギー電子散乱である [1]。この実験により、陽子は有限の広がりがあることが実験的に確認され、陽子半径値は、0.79(8) fm と見積もられた。2015年発表の review 論文 [2] によれば、現在までの電子散乱実験の測定値は、0.879(8) fm である。

水素原子分光

電子散乱とは独立した手法として、1990年代ごろから、精密な水素原子分光実験 (Lamb シフト) によっても陽子半径測定がおこなわれてきた。

その原理を述べると、陽子が有限の荷電半径をもつことにより、その周りをまわる電子の持つ軌道エネルギーは、QED 摂動計算の leading order として、以下の補正を受ける。

$$\Delta E_1 \simeq \frac{2\pi\alpha}{3} |\phi(r=0)|^2 \langle r^2 \rangle \quad (1.1.1)$$

ただし、 α は微細構造定数で、 $\phi(r=0)$ は電子の原点における波動関数、である。この $\phi(r=0)$ が有限の値をもつのは、電子軌道が s 波（軌道角運動量 $l=0$ ）の場合のみである。一般的には、電子軌道のエネルギー準位は、

$$\Delta E(n, l, j) \propto -a \frac{Ry}{n^2} + b \frac{\langle r^2 \rangle}{n^3} \delta_{l0} + \Delta(n, l, j) \quad (1.1.2)$$

と表される。ここで、 n, l, j はそれぞれ、電子の主量子数、軌道角運動量、全角運動量であり、 a, b は軌道に依らない定数、 Ry は Rydberg 定数、 $\Delta(n, l, j)$ は、高次項の効果である。複数の遷移エネルギーを測定することで、Rydberg 定数や定数 a, b とともに陽子半径値が定まる。

既出の 2015 年 review 論文において、水素原子分光実験によって測定された陽子半径値は、 $0.877(5)$ fm である [2]。

ここまでの状況をまとめると、電子散乱と水素原子分光の間にあからさまな矛盾はなく、2010 年には CODATA 推奨値として、陽子荷電半径値を $0.8775(51)$ fm が発表されていた [4]。

ミューオニック水素原子分光の登場

ところが、2010 年に報告されたミューオニック水素原子（水素原子の電子を μ^- に置換した原子）の分光実験により状況が変わった。

ミューオンは電子の約 200 倍重く（電子の質量： $m_e = 0.511, \text{MeV}/c^2$ 、ミューオンの質量： $m_\mu = 105.658 \text{MeV}/c^2$ ）、従ってミューオニック水素の Bohr 半径は水素原子の $1/200$ である。この分だけ、原点 $r=0$ でのミューオンの波動関数と陽子の重なりも $200^3 \approx 10^7$ 倍程度大きくなり、水素原子分光と比べ、ミューオニック水素分光は、陽子半径に対する感度が高く、より精密な陽子半径値が得られる。

このような利点を持つミューオニック水素原子分光であったが、これによって測定された陽子半径の値が、従来の電子散乱や水素原子分光による値より 4% 小さく 7σ の差異に相当する $0.84087(39)$ fm と結果を示した [5]。2015 年時点での review 論文の示す測定方法による陽子半径値の違いを図 1.1 にまとめた。

もし、電子およびミューオンで測定した陽子荷電半径の不一致を示す実験の結果が正しければ、標準理論における lepton universality を破るとの指摘や、基本物理量である Rydberg 定数への影響から、この問題は”proton radius puzzle”と呼ばれ、データの再解析や理論計算の見直し、追加実験などが世界中のグループによって行われている。

2010 年以降の実験や再解析の動き

この陽子半径パズルが提起されてから、過去の実験のデータの見直しや再解析、新しい実験の提案など、このパズルの理解や解決へ向けた活発な取り組みが始まった。

再実験に関しては、水素分光による実験結果が新たに発表された。2017年には、A. Beyer らのグループが、2S-2P 遷移の分光を行い、陽子半径値が従来の実験と異なるミュオン水素原子分光寄りの 0.8335fm という値となり [8] 注目された。しかし、2018年に Fleurbaey らが発表した水素原子分光の実験 [2] は、従来の水素原子分光・電子散乱の陽子半径値と誤差の範囲で一致した 0.877fm となり、一層混迷が深まった状況になっている。この2つの測定は、図 1.1 に示した。

1.2 陽子荷電半径と散乱実験

この節では、陽子荷電半径を電子散乱実験の結果から導く方法についてまとめる。

1.2.1 電子陽子弾性散乱

陽子荷電半径は電子と陽子の弾性散乱断面積から決定することができる。

電子散乱における力学変数は、四元運動量移行

$$Q^2 = |\vec{q}|^2 - \omega^2 \simeq 4E_e E'_e \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (1.2.1)$$

のみである。ただし、 \vec{q} は三次元運動量移行、 ω はエネルギー移行、 E_e, E'_e は、電子の散乱前後でのエネルギー、 θ は散乱角を表す。ここでは、電子の質量 m_e を無視した ($m_e \ll E_e$)。

図 1.2 で表される一光子交換過程において、ある四元運動量移行 Q^2 における電子-陽子弾性散乱の散乱断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} \quad (1.2.2)$$

と表せる。ただし、

$$\tau = \frac{Q^2}{4M^2} \quad (1.2.3)$$

$$\epsilon = \frac{1}{1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \theta/2} \quad (1.2.4)$$

である。また、

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta/2) E'_e}{4 \sin^4(\theta/2) E_e} \quad (1.2.5)$$

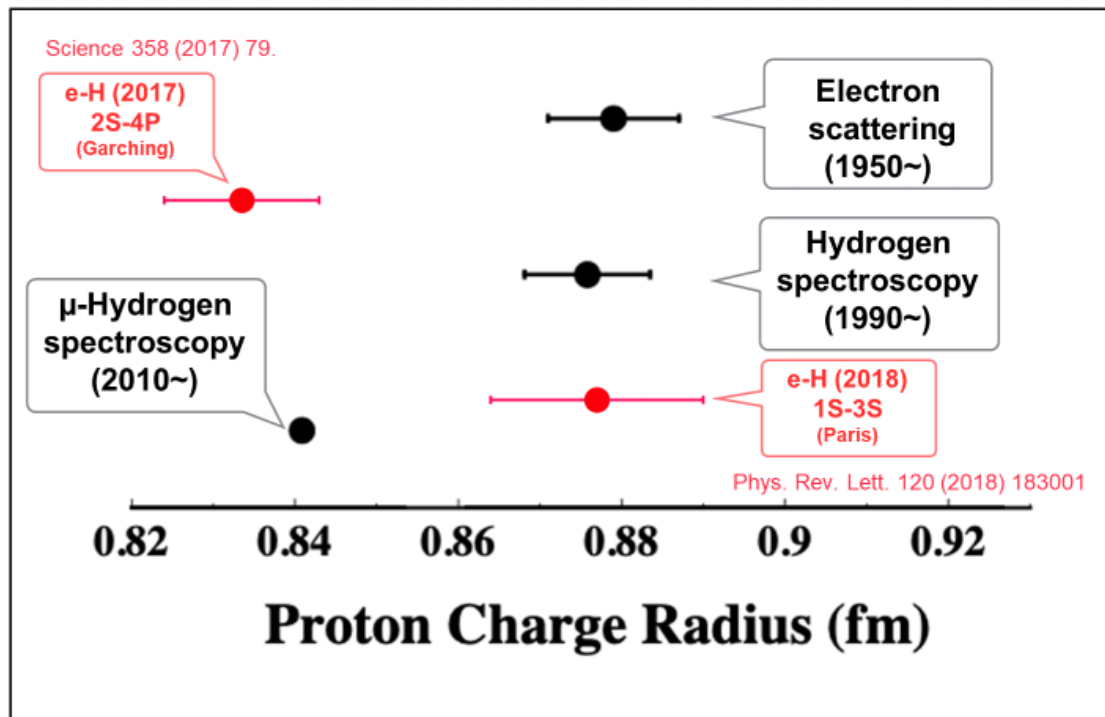


図 1.1: 2015 年に発表された review 論文 [2] で記されている、電子散乱・水素原子分光・ミュオニック水素分光によって求められた陽子半径値をそれぞれ黒丸で示し、2017、2018 年に新たに発表された水素原子分光の結果 [8][9] をそれぞれ赤丸で示した。

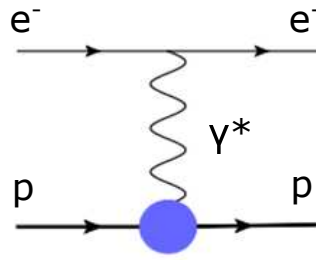


図 1.2: 一光子交換過程における電子-陽子弾性散乱のファインマン図

は、Mott 散乱の断面積を表し、陽子の大きさを無視した粒子にスピン 1/2 の点状粒子に対する散乱に対応している。ここで、 E'_e/E_e は陽子の反跳による効果を表し、具体的には標的の質量を M として、

$$\frac{E'_e}{E_e} \approx \frac{1}{1 + \frac{2E_e \sin^2(\theta/2)}{M}} \quad (1.2.6)$$

と表される。また、 G_E 、 G_M はそれぞれ陽子の電荷的、磁気的な大きさに対応する電荷形状因子、磁気形状因子を表している。

1.2.2 陽子半径値と電荷形状因子

本稿の主題である、陽子荷電半径値 $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ は、荷電密度分布 $\rho(\vec{r})$ の平均二乗半径を用いて定義される:

$$\langle r^2 \rangle = \int \rho(\vec{r}) r^2 d\vec{r} \quad (1.2.7)$$

ただし、荷電密度分布は、規格化されている:

$$\int \rho(\vec{r}) d\vec{r} = 1 \quad (1.2.8)$$

一方で、電荷形状因子 G_E と空間的な荷電分布 $\rho(\vec{r})$ の関係は Fourier 変換で表される。非相対論的に運動する陽子（陽子の質量 M_p に対して $Q^2 \ll M_p^2$ ）については $Q^2 \simeq \vec{q}^2$ であるため、

$$G_E(Q^2) = \int \rho(r) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d\vec{r} \quad (1.2.9)$$

ここで、荷電密度分布について球対称性を仮定し、 $Q^2 \sim 0$ まわりで Taylor 展開すれば、

$$G_E(Q^2) = 1 - \frac{\langle r^2 \rangle}{6} Q^2 + \frac{\langle r^4 \rangle}{120} Q^4 - \dots \quad (1.2.10)$$

と書ける。ただし、 $\langle r^n \rangle$ は、荷電分布の n 次モーメントを表す。荷電半径 $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ は、電荷形状因子 G_E を用いて

$$\langle r^2 \rangle \stackrel{\text{def}}{=} -6 \left. \frac{dG_E}{dQ^2} \right|_{Q \rightarrow 0} \quad (1.2.11)$$

と定義されている [10]。

しかし、実際の散乱実験において $Q^2 = 0$ における断面積測定は不可能であり、測定可能な有限の Q^2 から、 $Q^2 \rightarrow 0$ への外挿を行う必要がある。現在まで行われてきた電荷形状因子から求められる荷電半径測定には、これに対する解析モデル依存性があり、この問題に関しては 2.1 節で詳しく説明する。

1.2.3 Rosenbluth 分離

前節で、陽子荷電半径を電荷形状因子より決定する方法について述べた。式 (1.2.2) より、陽子電子弾性散乱の断面積は、ある与えられた Q^2 に対して、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto G_E^2 + \alpha(\theta) G_M^2 \quad (1.2.12)$$

と、陽子の電荷形状因子 G_E 、磁気形状因子 G_M および散乱角 θ を用いた運動学因子 $\alpha(\theta)$ によって表すことができる。陽子 ” 荷電 ” 半径 G_E を決定するためには形状因子から G_M を分離する必要がある。これを実験的に行うためには、ある一定の Q^2 の下で散乱角 θ を変えていくことで、図 1.3 のように、縦軸に散乱断面積に比例する量、横軸にこの $\alpha(\theta)$ となるグラフを作れば、その切片として G_E^2 が、傾きとして G_M^2 が得られることがわかる。これを Rosenbluth 分離と呼ぶ。固定した Q^2 に対し、複数の θ による測定を実現させるには、式 (1.2.1) より、電子の入射エネルギー E を変化させて測定を行う必要がある。

1.2.4 陽子の荷電半径の決定と荷電密度分布

散乱実験によって陽子半径を測定するためには、式 (1.2.11) を用いて行うが、直接的な半径の定義である式 (1.2.7) を用いて解析するのは、現状では困難である。この理由について、この節では述べる。

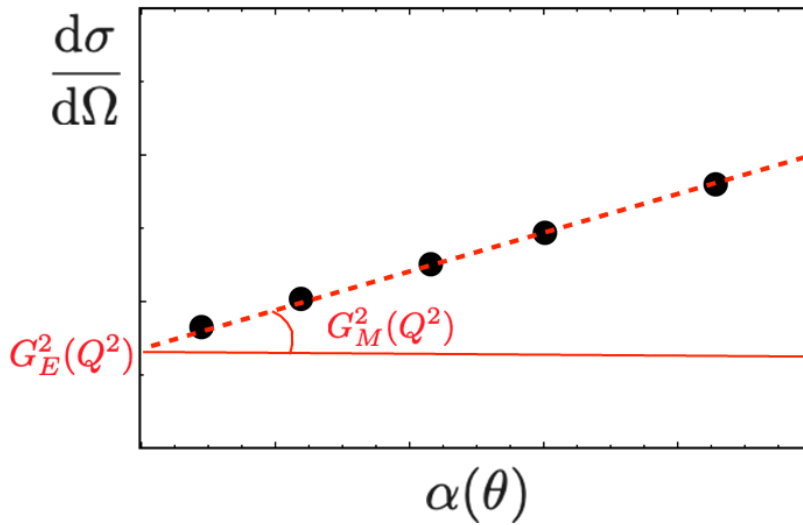


図 1.3: Rosenbluth 分離のモデル。ある運動量移行 Q^2 に対して散乱角を変えた実験を行ったときに、測定される散乱断面積を縦軸に、散乱角 θ を用いて表される $\alpha(\theta)$ を横軸にとると、その切片が $G_E^2(Q^2)$ に、傾きが $G_M^2(Q^2)$ となる。

陽子の荷電密度分布のモデル

重い原子核の電荷分布によい近似を与える Woods-Saxon 型モデルとは異なり、陽子の電荷分布 $\rho(r)$ は指数関数型モデル

$$\rho(r) = \frac{a^3}{8\pi} \exp(-ar) \quad (1.2.13)$$

で表すことができ、これに対応する電荷形状因子 $G_D(Q^2)$ は dipole モデル

$$G_D(Q^2) = \frac{1}{1 + Q^2/a^2} \quad (1.2.14)$$

となる [11]。

原点から遠方の密度分布の寄与

この exp 型の電荷分布について少し詳しく考える。

まず、陽子半径の定義は、式 (1.2.7) であり、球対称の密度分布を持つため、

$$\langle r^2 \rangle = \int_0^\infty 4\pi r^4 \rho(r) dr \quad (1.2.15)$$

一方で、この積分範囲を0から r_{cut} までに制限したときの値を $R(r_{cut})$ と定義する。

$$R(r_{cut}) = \int_0^{r_{cut}} 4\pi r^4 \rho(r) dr \quad (1.2.16)$$

すなわち、 $R(\infty)$ が求めたい陽子荷電半径 $\langle r^2 \rangle$ である。しかし、電荷分布 $\rho(r)$ を積分することによって、陽子荷電半径を98%にまで再現するためには、指数関数型の r 依存性をもつことから、 $\rho(r)$ の分布を陽子半径値の3倍まで測定できなくてはならないことがわかる(図1.4)。この r_{cut} における荷電密度 $\rho(r_{cut})$ は、原点の値 $\rho(0)$ の 10^{-4} 程度である。これは陽子の電荷分布は原点から遠方に対してまで長いtailを持つため、かなり遠方の電荷分布までもが陽子の荷電半径 $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ に寄与していることを示している。このため、この手法で陽子半径を求めるには、遠方まで電荷分布を正確に決定する必要がある。現状では、これは困難であり、これが式1.2.7によって、陽子半径値を決定するのが困難である理由である。

1.3 本稿の内容

現在、世界中の研究者・研究グループが陽子半径問題の解明を目指して、解析や実験を行っており、物理学における重要な問題の一つとなっている。この状況のもとで、我々は、過去の電子散乱実験の測定値が複数の不定性を有していることに着目し、この不定性による影響を極力抑えることで、現状で最も信頼度の高い電子散乱による陽子半径値の測定を計画した。この詳細は、第二章で述べる。

本稿の主題である、電子散乱を用いた最も信頼度の高い陽子半径測定を行う、その目的を果たすために開発された散乱電子スペクトロメータは現在建設中である。第三章にて、このスペクトロメータの全体像と、その設計思想を述べる。そして、第四章ではこのスペクトロメータをGeant4によるモンテカルロシミュレーションを用いて、光学特性の確認および、コリメータなどの部品の設計などを行った。

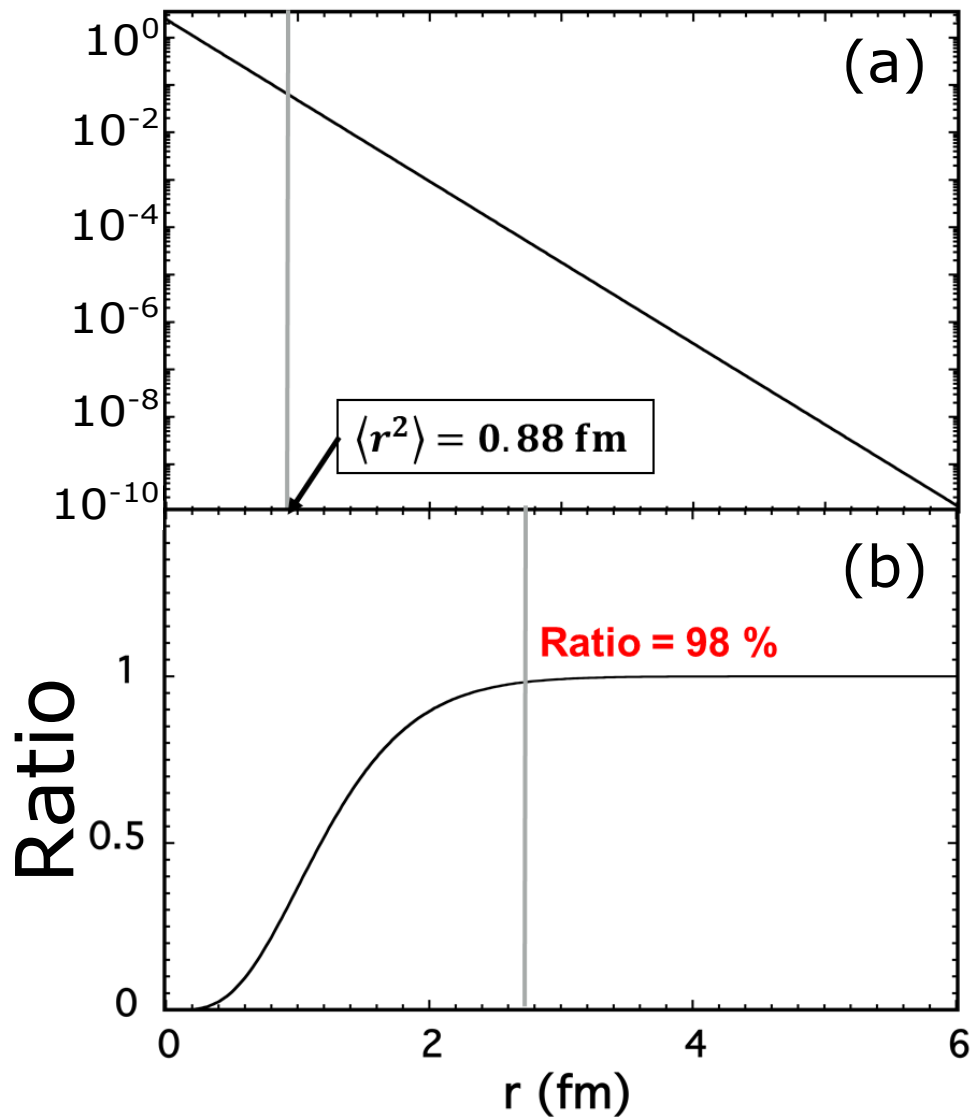


図 1.4: (a)exp 型を仮定した陽子の電荷密度分布。陽子荷電半径値として、電子散乱による測定値 $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0.88 \text{ fm}$ の位置に縦線を入れた。(b) 積分範囲を区切って ($r = 0 - r_{cut}$) 陽子半径値を求めようとした場合の実際の陽子半径値との割合 ($Ratio = R(r_{cut})/R(\infty)$) を表した図。2.7 fm (陽子半径値の 3 倍以上) まで電荷分布を決定しなければ、陽子半径値の 98 % を再現することはできない。

第2章 ULQ2実験

陽子半径問題の電子散乱における最も信頼できる半径値の測定を目的とし、東北大学電子光物理学研究センター（以下、ELPH）にて、極低運動量移行領域における電子散乱実験（Ultra-low Q^2 ; ULQ 2）による陽子荷電半径測定を行う。

本章では、ULQ2 実験の特徴とその要求される精度に関して記述する。1.1 節で述べた陽子半径問題は、電子散乱及水素原子分光の測定値 0.88 fm とミューオン水素分光による測定値 0.84 fm の間の違いが問題であった。これに対する、電子散乱の結論を与えるには、陽子半径値に対して、1% で決定し、そのためには電荷形状因子を 10^{-3} の精度で測定することが必要である。

2.1 先行研究における電子散乱の解析モデル依存性

先行研究として、Mainz 大グループによって 2014 年に報告された低運動量移行領域における電子散乱を用いた陽子半径測定を紹介する。これは、2010 年に提唱された「陽子半径パズル」を受けて 2011 年および 2014 年に新ためて実験されたものである。測定された陽子の電荷形状因子 $G_E(Q^2)$ のグラフを図 2.1 に示した。運動量移行の下限は、 $Q^2 \sim 0.004(\text{GeV}/c)^2$ であり、これをフィッティングし、式 (1.2.10) を用いて、陽子荷電半径値を決定した。このデータに関しては、解析段階で様々なモデルを仮定しており、いくつかの問題点がある。

理論モデルを仮定した $G_E(Q^2)$ と $G_M(Q^2)$ の分離

Mainz 大の大型電子加速器では、ビームエネルギーの変更は頻繁には困難であり、180 – 855 MeV の 6 点に固定して測定をし、散乱角を変えることで、多数の Q^2 における散乱断面積を測定している。このため、1.2.3 節で述べた Rosenbluth 分離ができない。この代わりに、 $G_E(Q^2)$ と $G_M(Q^2)$ の Q^2 依存性にモデルを導入して、磁気形状因子 $G_M(Q^2)$ を排除している。

解析モデルを用いた散乱断面積の絶対値決定

この測定のもうひとつの問題点は、実験的に散乱断面積の絶対値を測定していないということである。

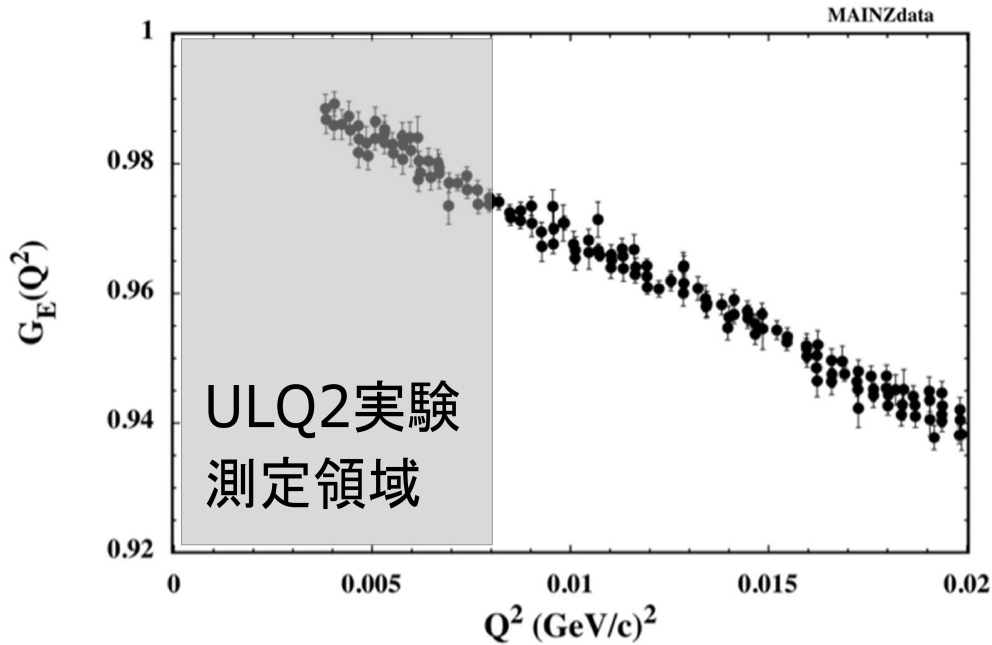


図 2.1: Mainz 大グループによって測定された電荷形状因子 G_E の Q^2 依存性を表したグラフ [13]。灰色部分は、我々の測定する運動量移行領域。

図 2.1 の縦軸を見たときに、今議論している低運動量移行領域において、 G_E の変化量は高々数%程度である。このため、 G_E は、 10^{-3} 程度の精度で決定する必要がある。従って、標的厚や角度のアクセプタンスなどの系統誤差を 10^{-3} にしなければならない。一方で、この Mainz 大グループの実験では、標的に液体水素標的を用いている。スペクトロメータの角度によって、標的の厚さや標的窓の影響が変化するため、アクセプタンスの系統誤差を 10^{-3} の精度で決定するのは、ほぼ不可能である。

Mainz 大学の試験では、31 個の規格化因子を導入し、 $Q^2 \rightarrow 0$ において、 $G_E(Q^2) \rightarrow 1$ となるような条件を課すことで、散乱断面積を規格化している。従って、 $G_E(Q^2)$ のデータ全体に規格化 ($G_E(Q^2)$ グラフの上下方向) の自由度がある。

図 2.2 はこの自由度により生じうる問題を示している [18]。陽子電荷形状因子は、式 (1.2.14) に従っていると考えられている。この場合の $G_E Q^2$ を図中の点線で表した。Mainz 大のデータもこのモデルを仮定している。一方で、[1/3]Pade 関数と呼ばれる形状因子を仮定する。これは、

$$G_{Pade}(Q^2) = \frac{1 + a_1 Q^2}{1 + b_1 Q^2 + b_2 Q^4 + b_3 Q^6} \quad (2.1.1)$$

と表される。 a_1, b_1, b_2, b_3 は定数である。この関数に対して、陽子半径値がミュオニック水素原子分光で測定された値 0.88 fm となるように、かつ、Mainz 大の電子散乱測定データをフィッ

ティングしたときに χ^2 が dipole 型のものと同程度になるように、式 (2.1.1) の定数を決定したものを図中の実線で表した。

測定する Q^2 の領域における $G_E(Q^2)$ のデータ点どうしの相対的な位置関係が等しく、測定データとは矛盾していないかもしれない。一方で、陽子半径値は式 (1.2.11) の定義から $Q^2 \rightarrow 0$ における $G_E(Q^2)$ の傾きであり、モデルによって陽子荷電半径は異なった値を算出することがわかる。

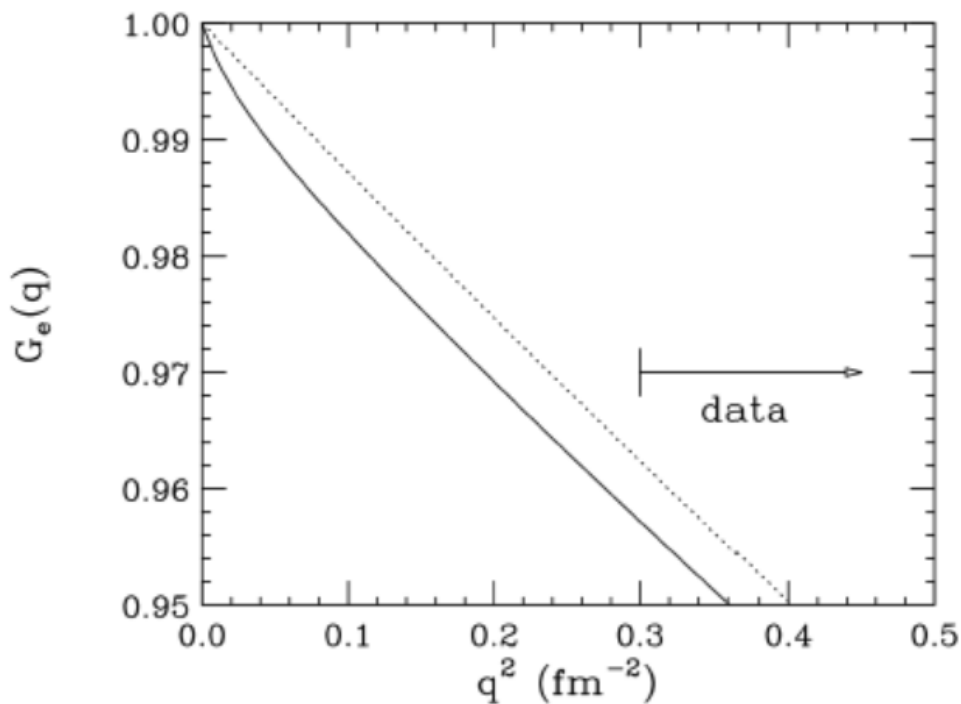


図 2.2: dipole 型形状因子を仮定したときには、測定結果から形状因子は点線で fit される。ところが、散乱断面積について絶対値を直接測定できない場合、実際の電荷形状因子 G_E が実線のような分布をしていると、陽子半径のその定義式 (1.2.11) から誤った値を見積もることとなる [18]。図中の data は、Mainz 大の測定領域を表す。

2.2 ULQ2 実験の特徴

現状の電子散乱実験では、式 (1.2.11) による陽子半径値の解析において、 $Q^2 \rightarrow 0$ への外挿が必然のためモデル依存性を避けることができない。この不定性を極力排除した最も信頼度の高い陽子半径の測定を行うために、ULQ2 実験では以下のような測定を目指している：

1. 低エネルギーの電子ビームを用いた、極低運動量移行領域における散乱の測定
2. CH₂ 標的を用いた散乱断面積の絶対値測定
3. 理論モデルに依らない G_E と G_M の分離 (Rosenbluth 分離)

以下では、これらについて順を追って述べる。

2.2.1 極低運動量移行における散乱断面積

ULQ2 実験では、前節で紹介した Mainz 大の運動量移行より一桁低い、 $0.0003 < Q^2 < 0.008$ (GeV/c)² という世界で最も低い領域において散乱実験を行う。

本実験の目的である陽子半径を電荷形状因子の値から決定するためには式 (1.2.11) を用いる。この極低運動量移行による散乱によって、式 (1.2.10) における Q^2 の高次の寄与を抑えることが可能となる。この Q^2 の領域では、電荷形状因子 G_E の変化量は高々数%であることが予想されるため、 $G_E(Q^2)$ から荷電半径の情報を求めるためには、最低でも $G_E(Q^2)$ を 10^{-3} の精度で測定する必要がある。これについては、2.3 節でさらに詳しく述べる。

2.2.2 散乱断面積の絶対値測定

電子散乱実験において、単位時間にある微小立体角 $\Delta\Omega$ に散乱される粒子数 ΔN は、散乱断面積の絶対値 $d\sigma/d\Omega$ を用いて、

$$\Delta N_{scatt} = \frac{d\sigma}{d\Omega} N_{target} N_{beam} \Delta\Omega \quad (2.2.1)$$

と表せる。ただし、 N_{target} は単位面積あたりのターゲットの個数、 N_{beam} は単位時間・単に入射するビームの粒子数である。この式から散乱断面積の絶対値測定をするためには、 N_{beam} や N_{target} を知る必要があるが、標的厚やビームの粒子数を要求する 10^{-3} の精度で測定することは困難である。

そこで、我々はターゲットにポリエチレン (CH₂) を用いることによって ep 散乱及び eC 散乱の同時測定を行う。¹²C 原子核の形状因子は、過去の実験から 10^{-3} の精度で測定されている [14] ため、 $e^{12}C$ 散乱断面積は既知である。 eC 散乱と ep 散乱を同時に測定して収量の比 Y_{ep}/Y_{eC}

を測定すれば、 ep 散乱の断面積は

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ep} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{eC} \frac{N_{target}(C) \cdot N_{beam} \cdot \Delta\Omega}{N_{target}(p) \cdot N_{beam} \cdot \Delta\Omega} \cdot \frac{Y_{ep}}{Y_{eC}} \quad (2.2.2)$$

$$= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{eC} \frac{N_{target}(C) Y_{ep}}{N_{target}(p) Y_{eC}} \quad (2.2.3)$$

となり、残る $N_{target}(C)/N_{target}(p)$ を測定することができれば、散乱断面積の絶対値を測定できる。

ここで、標的における p/C の個数比 $N_{target}(C)/N_{target}(p)$ は、理想的なポリエチレン CH_2 では 1:1 である。しかし、測定中にこの p/C 個数比が変化する可能性があるため、これは別に測定する機構を構築する必要がある。

2.2.3 形状因子の理論モデルに依らない Rosenbluth 分離

ULQ2 実験においては、20 – 60MeV で比較的容易に変えることができる電子ビームを用いる。さらに散乱角度を広範囲 ($30^\circ - 150^\circ$) に変更可能なスペクトロメータを使用することによって、極低運動量移行領域 Q^2 において、ある固定した Q^2 に対して変化させた散乱角 θ の測定が可能となるので、Rosenbluth 分離を行うことができる。

2.3 要求される条件

前節で述べた通り、散乱断面積の絶対値測定のためには、 ep 散乱および eC 散乱が同時に測定され、かつそのピークが分離できなければならない。標的が陽子と炭素原子核のときで、その質量が異なるため、式 (1.2.6) により与えられる散乱電子のエネルギー E'_e も異なる。標的ごとの散乱電子のエネルギー E'_e を計算したものを図 2.4 に示す。入射エネルギーを最大の $E_e = 60\text{MeV}$ 、最小の $E_e = 20\text{MeV}$ の場合のものを示した。

この差は最小で 0.2%、最大で 12% 程度の違いが生じる。これより大きな”momentum bite”が要求され、かつ運動量の分解能は 10^{-3} で測定する必要がある。

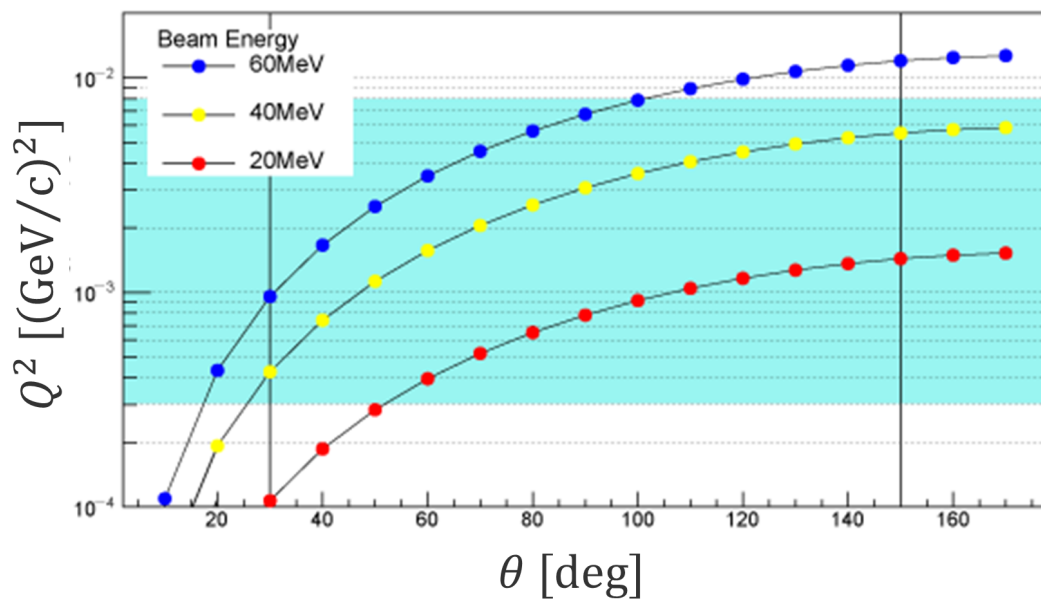


図 2.3: ULQ2 実験の測定する Q^2 と θ の領域を示したグラフ。測定する運動量移行領域を水色の領域で、散乱角の範囲を縦線で表した。ビームのエネルギーを変え、かつ広範囲での測定が可能なスペクトロメータを用いることで、ある Q^2 に対して変化させた散乱角 θ による測定が可能となる。

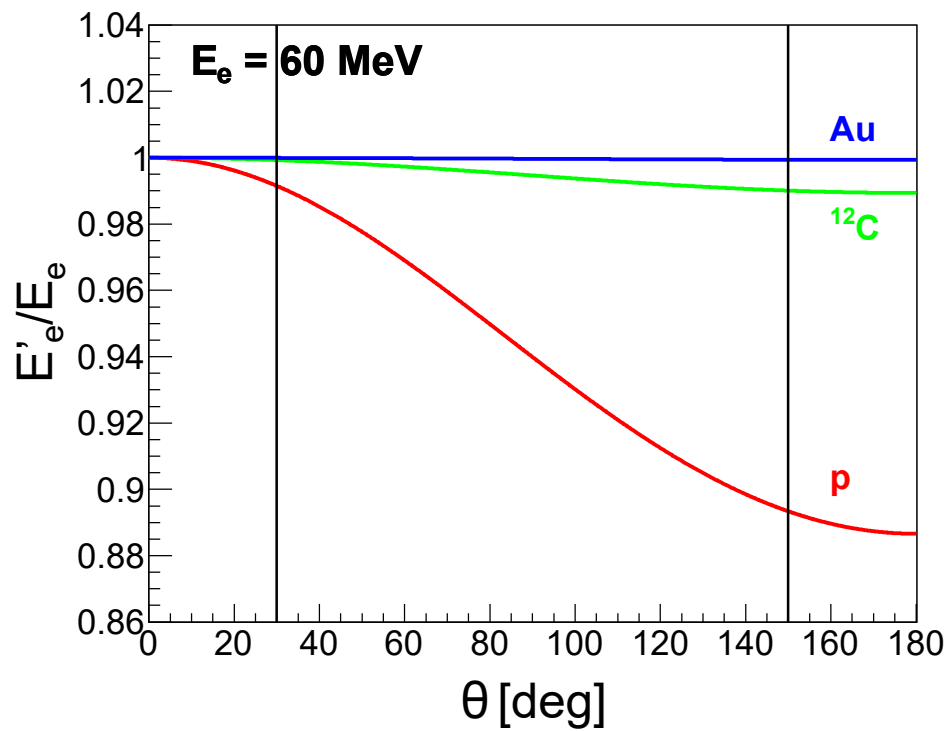
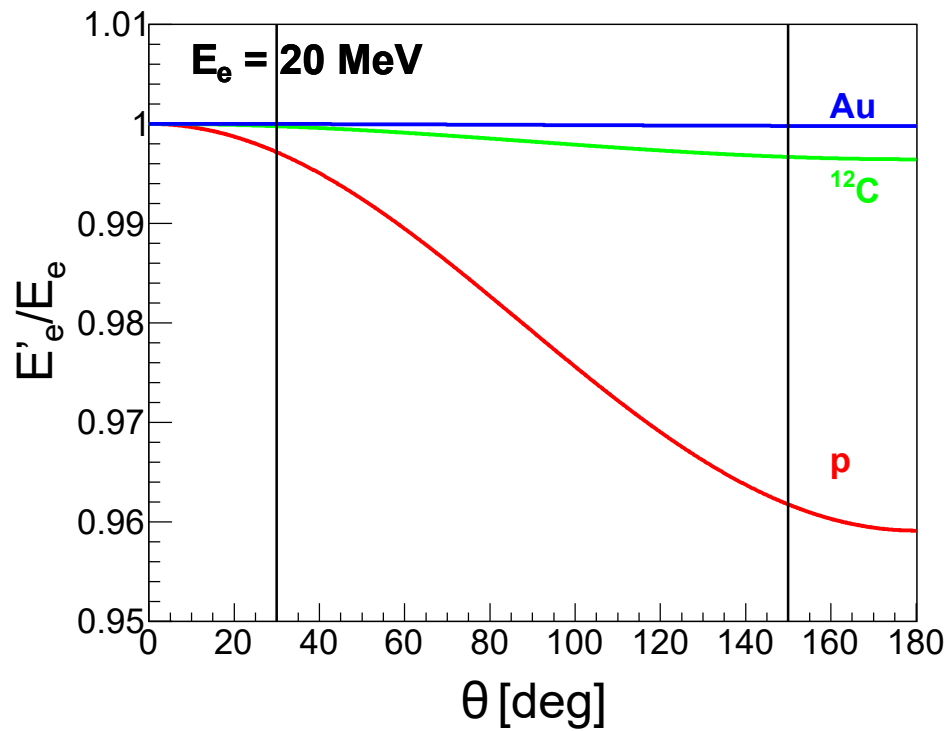


図 2.4: 標的の違いによる、散乱電子のもつエネルギーの違い。入射電子のエネルギーを最小の 20 MeV および最大の 60 MeV についてそれぞれ示した。曲線はそれぞれ、 ^{12}C 原子核と陽子 p および金原子核 Au を標的としたときのグラフ。縦線は、測定範囲である、 $30^\circ < \theta < 150^\circ$ を表している。

表 2.1: ビームラインにおけるパラメータ

Beam Energy	$E_e = 20 - 60 \text{ MeV}$
Momentum Spread	$\sigma_E/E_e < 0.1\%$
Beam Size on Target	$\sigma_{x,y} < 1 \text{ mm}$
Current	$I < 1 \mu\text{A}$

2.4 実験装置

ELPH の所有する、電子直線加速器（最大 60MeV）を用いて、電子散乱実験を行う。本実験に先立ち、専用のビームラインおよびスペクトロメータが建設中である（図 2.5）。

2.4.1 ビームライン

運動量分解能 10^{-3} の測定を実現するために、表 2.1 で示すようなビームの幅や、エネルギー分布の幅を満たすようにするために、ビームラインを新設し、現在建設中である。

2.4.2 CH₂ 標的

前述の通り、散乱断面積において絶対値を測定するため、ポリエチレン (CH₂) の標的を用いる。統計量と運動量分解能の悪化を、厚さ 100 μm とした。

ここで、この厚みに対する多重散乱の影響について評価する。

物質中の多重散乱による、運動量 p をもつ電子の受ける平均散乱角 $\langle\theta_{MS}\rangle$ (MS は、Multiple Scattering の略) は、次式で与えられる：

$$\langle\theta_{MS}\rangle = \frac{13.6 \text{ MeV}}{p\beta c} \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln\left(\frac{x}{X_0}\right) \right] \quad (2.4.1)$$

ここで、 βc は入射電子の速度、 x は物質の厚さ、 X_0 は物質の放射長を表す。

CH₂ 標的の放射長は $X_0 = 503.0 \text{ mm}$ である。標的厚は 0.1 mm ではあるが、ビームや散乱電子の軌道との幾何学的な干渉を考えて、45° に設置することをここでは考える。このとき、散乱電子の受けるターゲットによる多重散乱は、 $x = 0.100 \text{ mm} / \sin 45^\circ = 0.141 \text{ mm}$ を用いれば、最も影響の大きい 20 MeV の場合で、7.86 mrad、60 MeV なら 2.62 mrad となる。

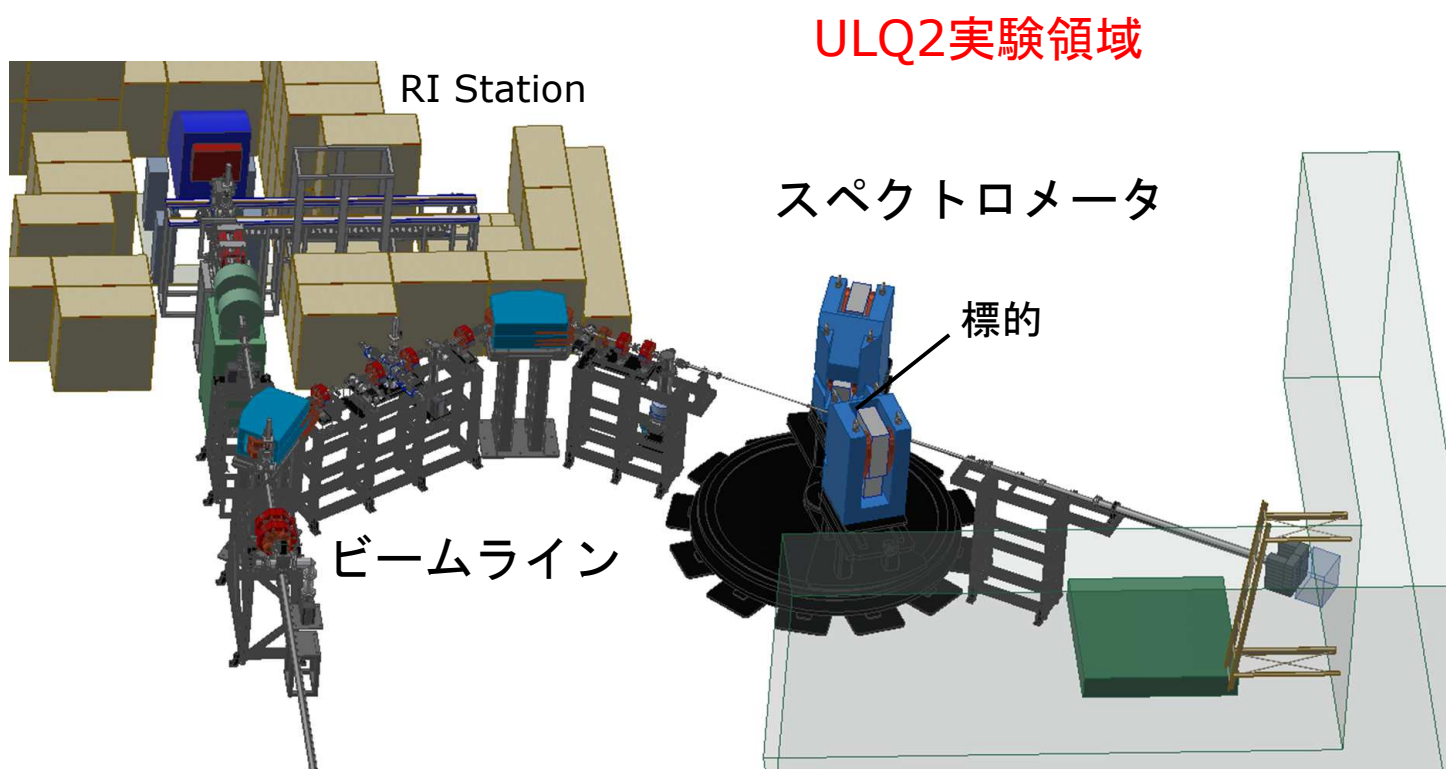


図 2.5: ビームラインとスペクトロメータのイメージ図。電子ビームを遮蔽体で囲まれた RI Station の手前で分岐させ、2回 120° で曲げ、ターゲットへと照射する。

2.4.3 スペクトロメータ

ULQ2 実験では、20–60 MeV という低いエネルギー領域での電子散乱を行うため、高エネルギー散乱で用いられるような検出器からの散乱電子軌道のトラッキングは、物質中の多重散乱が無視できず不可能である。このため、検出器の位置情報のみによって、散乱電子の運動量や散乱角を、要求される精度のもとで測定するためのスペクトロメータが必要である。また 10^{-3} の精度での測定のために、ターゲットから検出器の直前までを、窓の無い真空 (10^{-5} Pa) の中で散乱電子は飛行するような設計となっている。

図 2.6 にターゲットチェンバーとスペクトロメータの断面図を示す。赤線は、散乱電子の中心軌道を示している。広範囲の散乱角で測定するために、スペクトロメータ全体が、水平面上に標的を中心として、真空を保ったまま回転できる機構となっている。

これに関する設計や特性については、第 3・4 章でより詳細を述べる。

運動量分解能に関しては、第 2.3 節で述べた通り、 $\sigma_p/p \leq 0.1\%$ を満たす必要がある。

ターゲットチェンバー

散乱角を広範囲に変化させても真空を保ち続けるようなターゲットチェンバーとして、図 2.7 のような装置が開発段階である。

このターゲットチェンバーは、図中の球および板が左右に動き、腕の部分が標的を中心に回転することで、スペクトロメータとターゲットチェンバー内の真空を保ちながら散乱角を変更することができる。

双極電磁石

ULQ2 実験では、単一の双極電磁石のみを用いて、散乱電子の運動量と散乱角を分離して測定する。スペクトロメータの運動量分解能は 10^{-3} である。

これをいかに実現するかという設計に関しては、第 3 章で詳しく述べる。

焦点面検出器

要求される位置分解能を満たす検出器として、J-PARC muon g-2/EDM 実験のグループ [19] が開発している、シリコンストリップ検出器 (Single-Sided Silicon Detector: SSSD) を用いる予定である。

この検出器 1 枚で、ある 1 方向の電子の位置を測定する。ULQ2 実験においては、二枚の検出

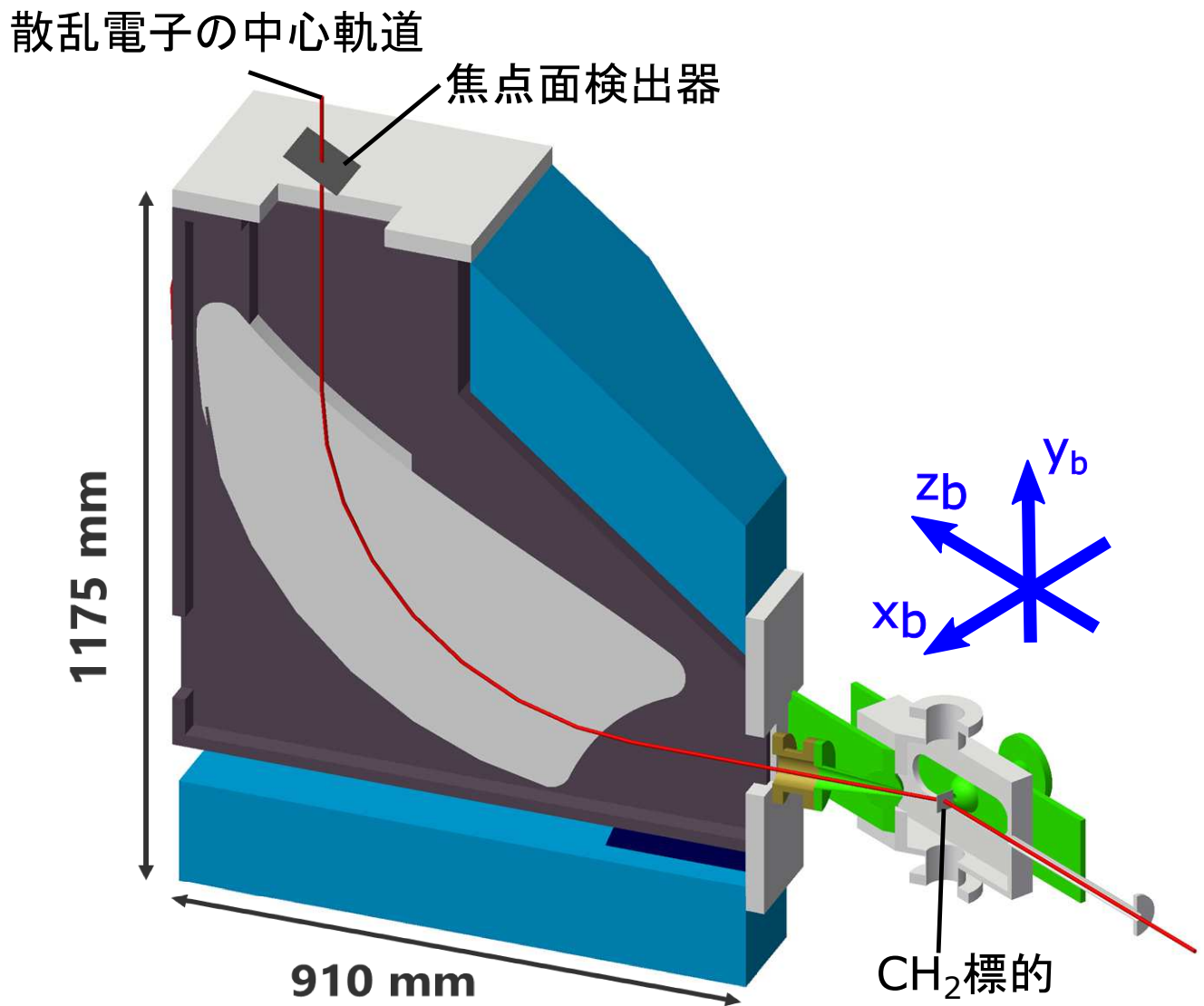


図 2.6: スペクトロメータとターゲットチェンバーの断面図。スペクトロメータは散乱槽・双極電磁石・焦点面検出器で構成されている。赤線は、散乱電子の中心軌道を表す。

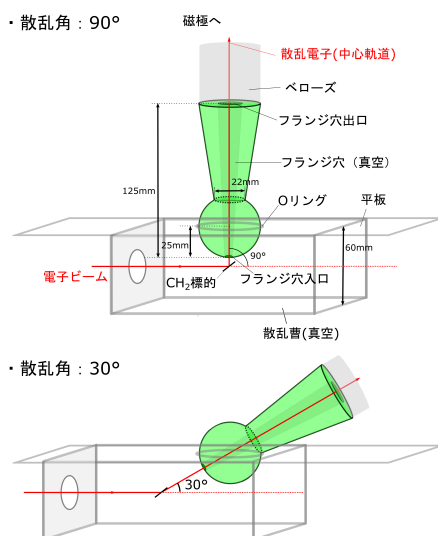


図 2.7: ターゲットチェンバーの模式図。散乱角が変わり、腕の部分の角度が変わっても、球の部分は平板と一緒に左右に動き、真空を保ち続けることができる。

表 2.2: Single-Sided Silicon Detector(SSSD) のパラメータ

Active Area	97.28 mm × 97.28 mm
Strip Pitch	0.19 mm
Thickness	0.32 mm
No. of Strips	512ch × 2

器を並べることで、一枚目で散乱電子の運動量に対応する位置を、二枚目で散乱角に対応する位置を測定する。性能については、表 2.2 にまとめる。

次の章では、ターゲットで生じた散乱電子の運動量を測定するための、散乱電子スペクトロメータについて、より詳しく議論する。

第3章 低エネルギー散乱電子スペクトロメータ

ULQ2 実験において要求する精度や条件を満たすために、専用のスペクトロメータを設計し、現在建設中である。

本章では、このスペクトロメータについての設計の思想について述べる。

3.1 設計思想

前章で述べた通り、広範囲の散乱角の測定に対応するため、縦型の双極電磁石を用いて、水平面に回転させることのできる設計になっている。

低エネルギーの散乱電子を測定するためのスペクトロメータゆえに、物質中の多重散乱の影響を大きく受けるため、 10^{-3} の運動量分解能の測定を行うためには軌道上の物質を極力減らす必要がある。また、焦点面での位置と角度を測定し、スペクトロメータの磁場情報を利用して標的まで軌道を戻すことは不可能である。

そこで、測定量である運動量（の大きさ）及び散乱角を、磁石の光学的性質によって焦点面上の位置のみから導出できるようなスペクトロメータを設計した。

3.1.1 座標などの変数の定義

まず始めに、以後用いる座標や運動量などの変数についてを定義をする。

標的に対するビーム座標系

電子ビームの入射方向を z_b 軸とする。これと散乱電子の運動量ベクトルとのなす角が散乱角 θ となる。また、 z_b 軸に垂直かつ水平面上のものを x_b 軸とし、さらに、鉛直上向きに y_b 軸をとる。

スペクトロメータ座標系

図 3.1 のような、スペクトロメータに関する座標系 (x_S, y_S, z_S) を定義する。ターゲットからみて、スペクトロメータの中心軌道を向く方向に対して、 z_S 軸と定義する。これに対して垂直かつ、スペクトロメータの磁極に平行となる方向を x_S 軸とし、散乱角 θ が増えていく方向に y_S 軸を定めた。

座標原点は、磁極の入り口に設定した。ターゲットまでの距離は、500 mm であるため、ターゲットの中心の位置は $(x_S, y_S, z_S) = (0, 0, -500)$ mm である。

位置を表現するときは、専らこの座標系を用いる。

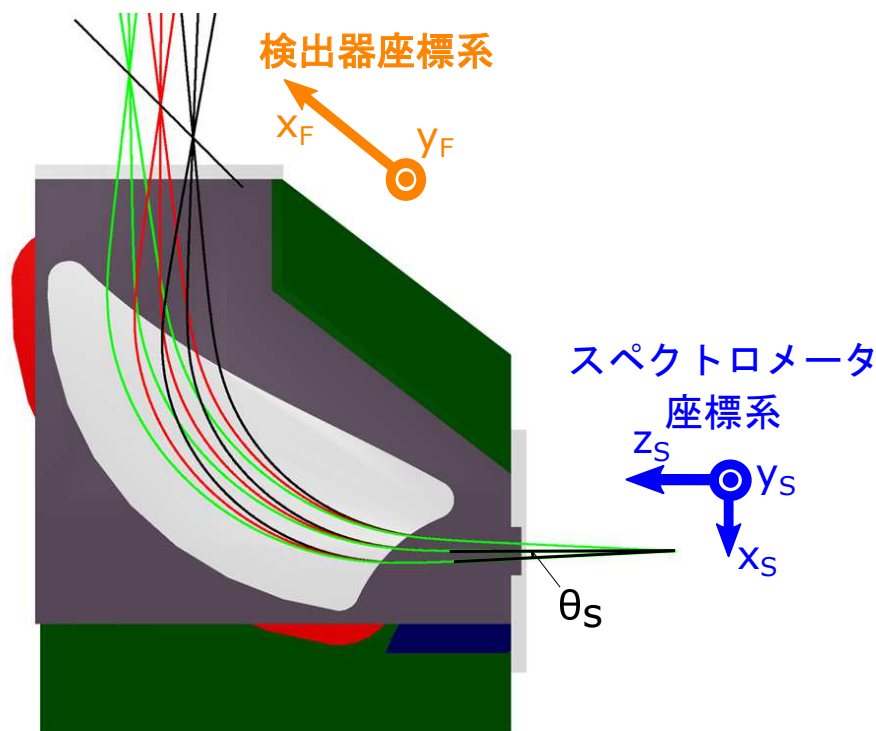


図 3.1: スペクトロメータ座標系 (x_S, y_S, z_S) と散乱電子の生成角度 (θ_S, ϕ_S) 、検出器上の位置 (x_F, y_F) を図で表す。

また、散乱電子の標的からの生成角度を中心軌道に対してなす角度として、磁極に平行な方向を θ_S 、垂直な方向を ϕ_S とする (図 3.1)。

焦点面検出器上の座標系

焦点面検出器 (Focal Plane) 上での座標について、運動量に対応する方向を x_F 軸、散乱角に対応する方向を y_F と図 3.1 のように表す。

中心軌道の運動量 p_C （以下では単に中心運動量と呼ぶ）は、磁極の磁場をコントロールすることで、調整する。中心運動量 p_C からのずれを δ で以下のように定義する。

$$\delta = \frac{p - p_C}{p_C} \quad (3.1.1)$$

3.1.2 磁極形状の設計

磁極のなす磁場によって散乱電子の運動量および散乱角を光学的に分離し、検出器上の点 (x_F, y_F) に現れるようにする。

運動量による軌道の収束

運動量の違いによって、焦点面の x_F 軸方向に、図 3.1 のように収束させる。

散乱角による軌道の収束

散乱角の違いに関しては、受け入れ角度を広げ、統計量を確保するために、図 3.2 に示すように磁極からのもれ磁場の x_S, z_S 成分による収束・発散の過程を経て、焦点面の y_F に到達させるように磁極を設計した。

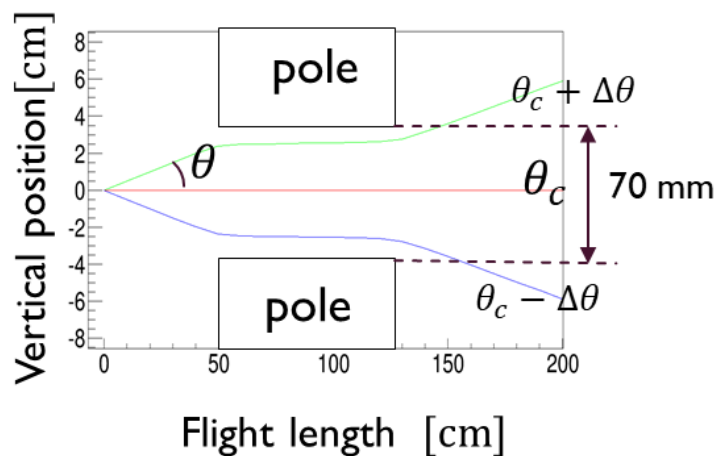


図 3.2: 散乱角と焦点面検出器上での位置 y_F の関係。

焦点面に関する設計上の条件

上記のような、運動量および散乱角による収束の他に、

- 焦点面上で検出できるように焦点面を可能な限り平面にする。
- 焦点面上の位置 (x_F, y_F) の情報のみを用いて散乱電子の運動量と散乱角を測定するため、焦点面の位置について散乱電子の生成角度 θ_s からの影響を抑える。
- 角度受け入れ (100 mrad \times 100 mrad) と momentum bite 12% に対応する焦点面上の位置が、検出器の大きさ (100 mm \times 100 mm) に収まるような dispersion にする。

を満たすように最適化を行い、磁極の形状を決定した。このプロセスでは、入力した条件に対して自動的にパラメータを最適化するソフト Orbit4[21] をここでは用いた。

これによって得られた磁極を3次元磁場計算ソフト TOSCA[22] を用いて磁場を求め、4次の Runge-Kutta 法を用いて軌道計算を行い、磁極形状を決定した。

散乱電子と物質の相互作用を取り入れるために Geant4 を用いたスタディについては次章で述べる。

表 3.1: スペクトロメータのパラメータ。

Radius of Curvature	50 cm
Bending Angle	90°
Maximum Field Strength	0.4 T(60 MeV のとき)
Gap	70cm
Total Weight	~ 3700 kg
Momenutm Dispersion	850 mm/ p_C
Momentum Resolution	$\sigma_p/p \leq 10^{-3}$
Momentum Bite	$\Delta p/p \geq 12\%$
ScatteringAngle Resolution	$\sigma_\theta = 5$ mrad
Solid Angle	10 mSr(100 mrad \times 100 mrad)

第4章 Geant4シミュレーションによるスペクトロメータの解析

この章では、第3章で紹介したスペクトロメータについて、設計した磁極をモンテカルロシミュレーション Geant4 を用いて、設計や特性の解析について述べる。

4.1 測定量と焦点面上の位置の対応関係

設計した磁極に対して、分解能、dispersion や acceptance などが表 3.1 に示したパラメータで正しいかどうかをモンテカルロシミュレーション Geant4 [20] で確認する。

4.1.1 運動量と焦点面上の位置の対応

運動量の分解能や運動量分散、それらの ϕ_s (散乱角) 依存性について確認する。

表 4.1 に示す条件でのシミュレーションを行った。構造物としては、スペクトロメータの磁石と検出器のみを入れた。ターゲットの厚みやターゲットチェンバーによる影響は考慮せず、電子の軌道の真空は実際の実験環境と同じ 10^{-5} Pa) とした。ターゲットの中心であった場所 (x_s, y_s, z_s) = (0, 0, -500) から、散乱角 90° の方向にスペクトロメータを置き、中心運動量を最大と最小の $p_C = 20, 60$ MeV/c の二通りの場合でシミュレーションした。散乱電子は、運動量を $\delta = 0, \pm 4\%, \pm 8\%, \pm 12\%$ と変え、生成角度については ϕ_S を acceptance である $-50 < \theta_s < 50$ [mrad] に対して一様に、 ϕ_s (散乱角方向) を $0, \pm 10, \pm 20, \pm 30, \pm 40, \pm 50$ mrad で発生させた。

焦点面において、運動量の違いは x_F 方向に現れる。このシミュレーションにおける、各中心運動量 ($p_C = 20, 60$ MeV/c) に対して、 $\phi_S = 0, 50$ mrad の場合の x_F 分布をそれぞれ図 4.1 に示した。運動量 δ ごとにピークを作っている。この各ピークに対して中心値を取り、この値と δ との関係性を線形 ($x_F = a_0 + a_1\delta$) でフィットしたときの、係数 a_0, a_1 を表 4.2 にまとめた。ここで、 a_1 は、運動量分散を表し、このシミュレーションでは、890 mm と求めた。また、中心運動量 $p_C = 60$ [MeV/c]、散乱角 $\phi_S = 0, 50$ [mrad] における、運動量 δ と焦点面での位置 x_F の関係を図 4.2 に示した。

表 4.1: 運動量 δ と焦点面上での位置 x_F の対応関係を解析するためのシミュレーション

真空	10^{-5} Pa
ターゲットチェンバー	無し
コリメータ	無し
検出器	シリコン検出器
中心運動量	$p_C = 20, 60$ MeV/c
運動量	$\delta = 0, \pm 4\%, \pm 8\%, \pm 12\%$
スペクトロメータの角度	$\theta_C = 90^\circ$
生成角度	$\theta_S : \pm 50$ mrad (acceptance 内) で一様 ϕ_S (散乱角方向) : $0, \pm 10, \pm 20, \pm 30, \pm 40, \pm 50$ mrad
生成数	10^4 個
生成位置	点 (0, 0, -500)

表 4.2 より、このシミュレーション条件では中心運動量 p_C によるピークの位置の違いは、本実験で用いる検出器の分解能 0.3 mm 以下である。すなわち、焦点面での位置 x_F は中心運動量によらず、運動量（の中心運動量からのずれ） δ および ϕ_S で定まるとみてよい。

また、 $p_C = 20, 60$ [MeV/c], $\phi_S = 0, 50$ [mrad] での、ピークの拡がり σ_x を図 4.3 に示す。このピークの幅は、 $\sigma_x \lesssim 0.6$ [mm] であり、このシミュレーションにおける運動量分解能は、 $\sigma_p/p = \sigma_x/a_1 = 0.9/890 \approx 6.7 \times 10^{-4}$ と見積もることができる。受け入れ角内のすべての生成角度で $\sigma_p/p < 10^{-3}$ ($\sigma_x = a_1 \times \sigma_p/p = 0.850$ mm) を満たしている。

表 4.1 の条件におけるシミュレーションでは、生成された全ての粒子が各運動量ごとのピークに収束し、かつ運動量分解能は要求される 10^{-3} を下回った。

一方で、スペクトロメータに必要となるターゲットや後述するコリメータ・ターゲットチェンバーなどの物質を散乱電子の飛跡上に入れる必要が実験ではある。これに当たってしまった粒子は、磁極の壁に衝突したり、スペクトロメータの設計上の受け入れ角よりも外れてしまい、磁場でコントロールできない経路を通過してしまうため、ピークに収束しないようなバックグラウンドをつくりうる。

ULQ2 実験では、図??のようなヒストグラムが得られる。弾性散乱の事象（図??における ep 散乱と eC 散乱のピーク）から外れたイベントが、このバックグラウンドによるものなのか、radiation tail のものなのかを、要求される散乱断面積の決定精度 10^{-3} の程度で理解しなければならない。

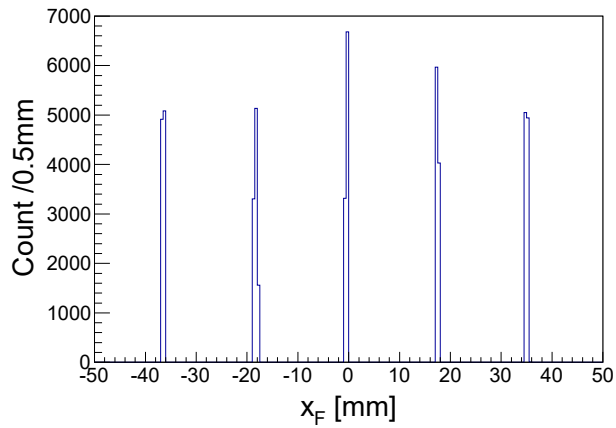
このバックグラウンドの事象数をなるべく減らすためのシミュレーションを、以下では行う。

表 4.2: $x_F - \delta$ グラフを各 ϕ_S に対して 1 次式 $x_F = a_0 + a_1\delta$ でフィットしたときの係数 a_0, a_1

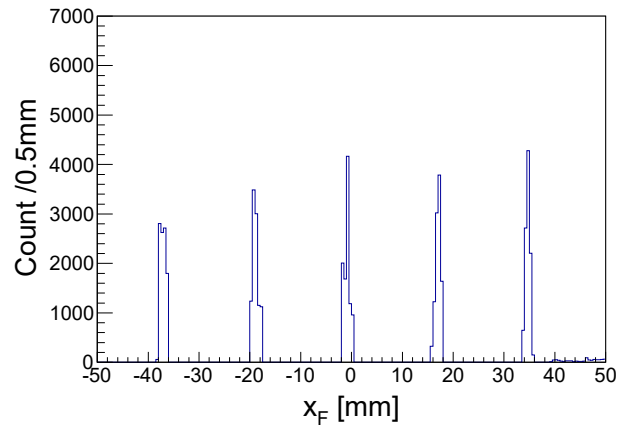
中心運動量 p_C	ϕ_S	a_0 [mm]	a_1 [mm/%]
60 MeV/c	50mrad	-1.31 ± 0.20	8.93 ± 0.05
	40mrad	-1.44 ± 0.13	8.94 ± 0.03
	30mrad	-1.25 ± 0.13	8.92 ± 0.03
	20mrad	-0.88 ± 0.13	8.94 ± 0.03
	10mrad	-0.70 ± 0.13	8.94 ± 0.03
	0mrad	-0.75 ± 0.12	8.94 ± 0.03
20 Mev/c	50mrad	-1.59 ± 0.21	8.94 ± 0.05
	40mrad	-1.71 ± 0.13	8.95 ± 0.03
	30mrad	-1.52 ± 0.13	8.93 ± 0.03
	20mrad	-1.15 ± 0.13	8.94 ± 0.03
	10mrad	-0.97 ± 0.13	8.94 ± 0.03
	0mrad	-1.02 ± 0.12	8.94 ± 0.03

・ $p_C = 60 \text{ MeV}$

(a) $\phi_S = 0 \text{ mrad}$

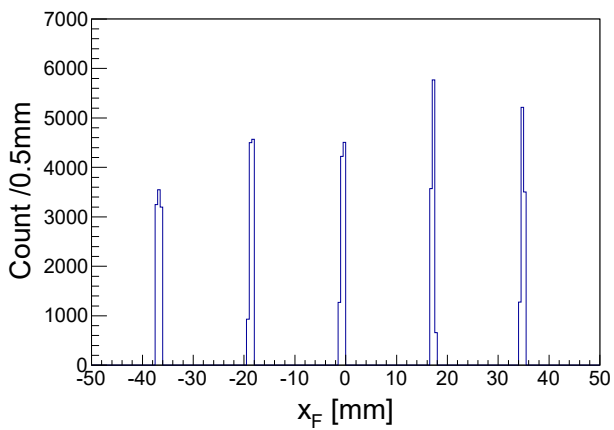


(b) $\phi_S = 50 \text{ mrad}$



・ $p_C = 20 \text{ MeV}$

(a) $\phi_S = 0 \text{ mrad}$



(b) $\phi_S = 50 \text{ mrad}$

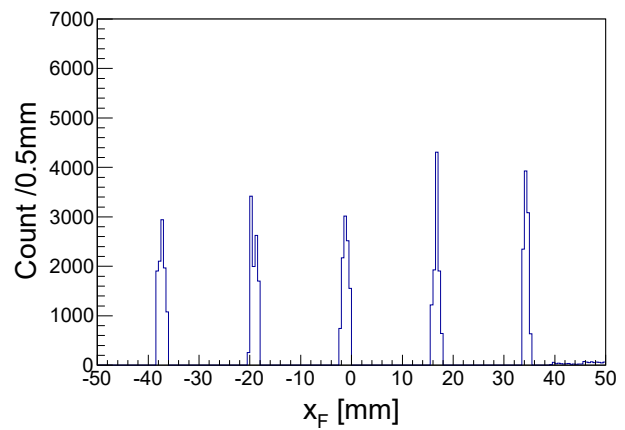


図 4.1: 中心運動量 20, 60 MeV/c で運動量 $\delta = 0, \pm 4\%, \pm 8\%, \pm 12\%$ とし、各 ϕ_S に対して θ_S を一様に振ったときの、検出器上での x_F 分布。

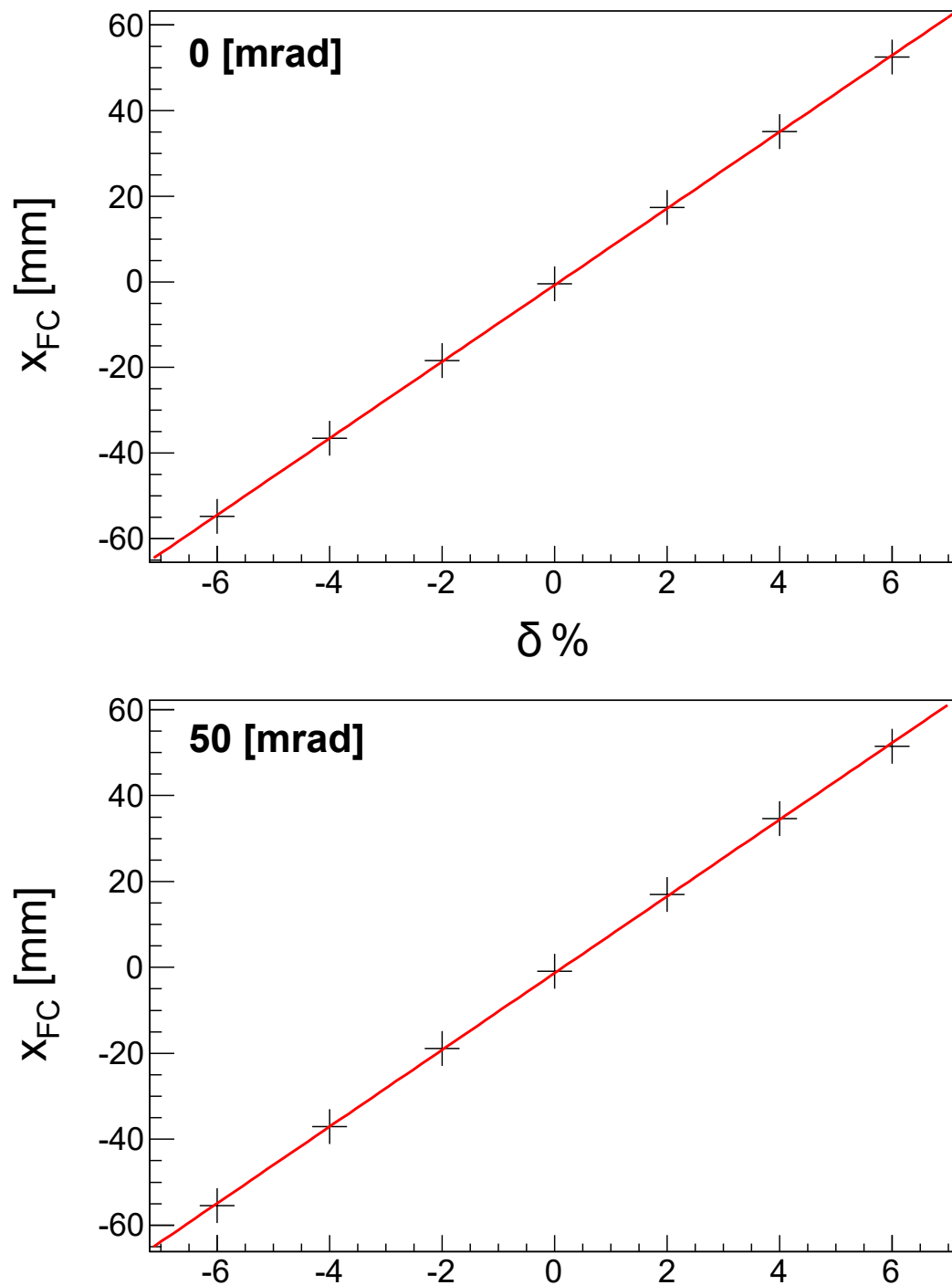
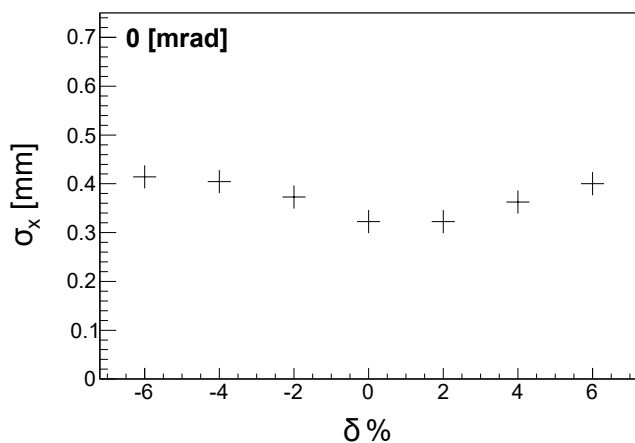


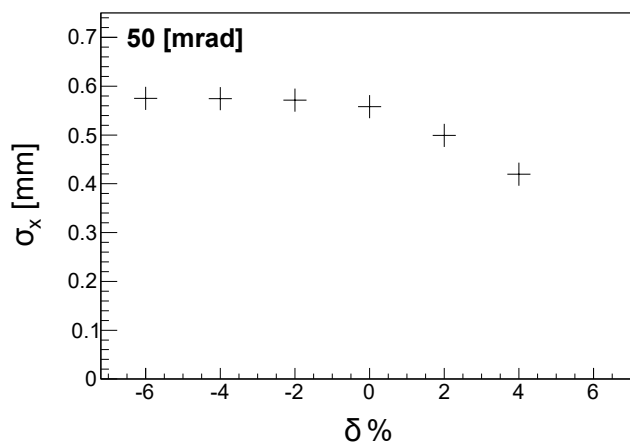
図 4.2: 各 ϕ_S に対して θ_S を一様に振ったとき $x_{FC} - \delta$ グラフ。中心運動量は $60 \text{ MeV}/c$ 。それぞれのグラフの線形フィットの結果を赤線で示した。

・ $p_C = 60 \text{ MeV}$

(a) $\phi_S = 0 \text{ mrad}$

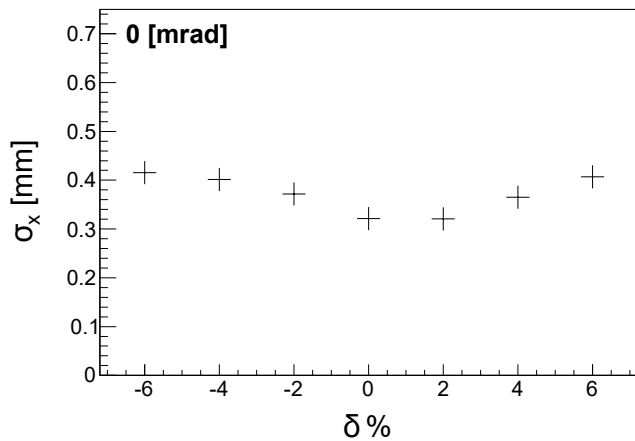


(b) $\phi_S = 50 \text{ mrad}$



・ $p_C = 20 \text{ MeV}$

(a) $\phi_S = 0 \text{ mrad}$



(b) $\phi_S = 50 \text{ mrad}$

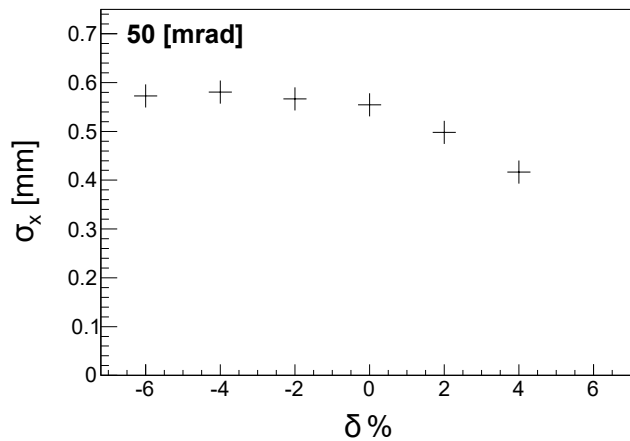


図 4.3: 中心運動量 20, 60 MeV/c とし、各 ϕ_S に対して θ_S を一様に振ったときの、ピークの幅 σ_x をまとめたグラフ。

4.2 コリメータの設計

実際の実験では、様々な角度に散乱電子は放出され、これをコリメータによって、スペクトロメータの受け入れ角に絞る必要がある。

図??に示すような鉛製のコリメータを、ターゲットの位置から 300 mm ($z_s = -200\text{ mm}$ の地点) に設置する。スペクトロメータの回転と一緒に動かせるように、この位置を決めた。aperture は、設計値である $\Delta\theta_s, \Delta\phi_s = 100\text{ mrad}$ をスペクトロメータに受け入れるため、 $30\text{ mm} \times 30\text{ mm}$ の正形状のものにした。

このような条件の下で、どのようなコリメータを用いれば、バックグラウンドの事象の割合が減るのかを以下では議論する。

4.2.1 コリメータの厚さ

コリメータの厚さは、厚くするほど透過する粒子のエネルギーを落とすことができるが、電磁シャワーを起こすため、その分たくさんの電子・陽電子・光子が発生する。この粒子の運動量が十分低い場合、電荷を持つ電子・陽電子であれば、磁場によって曲げられ、直接検出器に届くことはない。一方で、光子は、電荷をもたないために、検出器やその付近まで飛び、対生成を起こして検出器が反応する可能性は否定できない。このようなことを考えて、コリメータの厚さは決定しなければならない。

まずは、コリメータの厚さを決定するために、コリメータの代わりに穴の開いていない鉛板を置き、これを突き抜けた電子がどの程度検出器に到達してしまうのか、または検出器まで到達しないのかをシミュレーションで調べた。

シミュレーションの条件

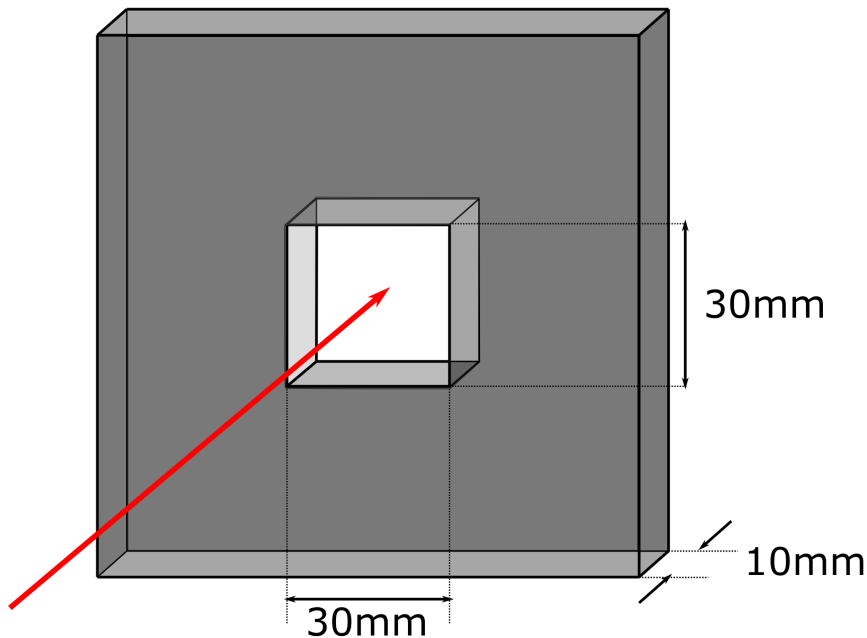
生成した電子の運動量は最大の $p = 60\text{ MeV}/c$ 、生成角度は、 $10^\circ \times 10^\circ$ に一様に 10^6 発生成させた。この生成角度は、事前のコリメータを置かなかった場合のシミュレーションによって、検出器に到達する粒子の割合が 10^{-4} 以下となり、無視できる程度であることがわかったので、この値を選んだ。

表 4.3 にシミュレーションの条件をまとめた。

コリメータの厚さを変化させたとき、ターゲットから生成したイベント (10^6) のうち検出器まで到達したイベントの割合の関係は、図 4.5 の通り。10 mm を境として傾きが緩やかになることがわかる。

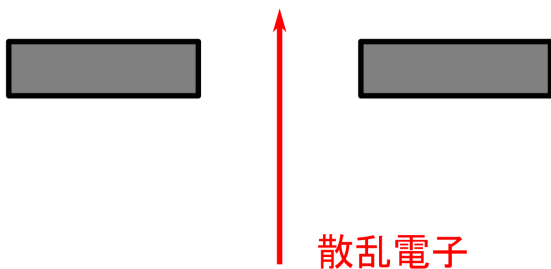
コリメータは厚くなるほど電磁シャワーの影響が大きくなるだけでなく、コリメータの内壁に当たる粒子が増えるためバックグラウンドが増えることが予想される。そこで、厚さに

・ コリメータの形状



・ 穴部分の断面図

(a) 平行型



(b) テーパー付

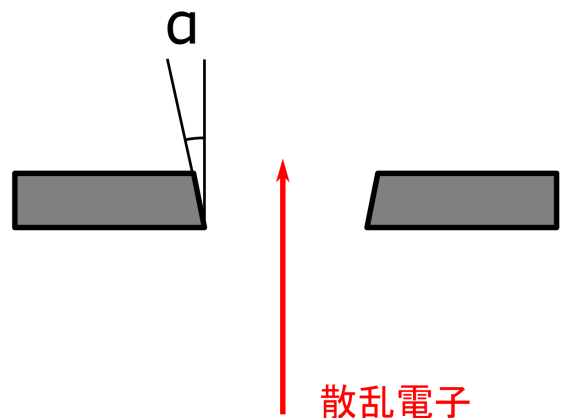


図 4.4: コリメータの形状の模式図。30 mm × 30 mm の大きさの穴が開いている。また、穴の形状は (a) 平行型と (b) テーパー付き型の 2 通りでシミュレーションを行った。

表 4.3: 鉛板の厚みと検出される電子の個数のシミュレーションの条件

運動量	$p = 60MeV$
生成角度 (θ_s, ϕ_s)	$10^\circ \times 10^\circ$
生成数	10^6 個
ターゲット	なし
ターゲットチェンバー	なし

対して効果的に検出粒子数を落としている 10 mm をこのシミュレーションから得られる最適なコリメータの厚さと結論を得た。

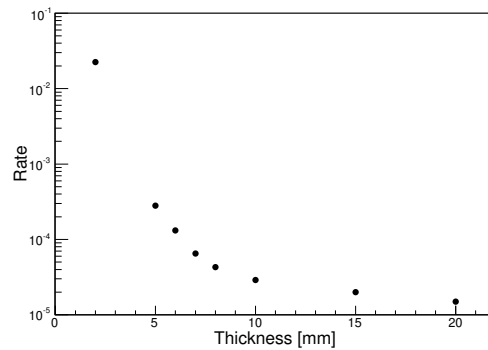


図 4.5: コリメータの代わりに鉛板を置いたシミュレーション。コリメータの厚さを変えていったときの、検出器で検出される散乱電子のイベントの割合を示した。

4.2.2 コリメータによるバックグラウンド事象

コリメータの厚さが決定したため、スペクトロメータの acceptance に対応した穴を持つコリメータを実際に Geant4 シミュレーションに実装し、コリメータがどのようなバックグラウンド（ピークを外れた事象）をつくるのかを解析する。そのために、次の 2 種類のシミュレーションを行った。

- acceptance の範囲の角度に一様に電子を生成
- acceptance に対応した穴を aperture をもつコリメータを実装して、acceptance より十分広い $|\theta_s|, |\phi_s| < 10^\circ$ の範囲で一様に生成

さらに、コリメータの穴の形状として、図 4.4 に示す次のものを考えた。

平行型 acceptance($\Delta\theta_S, \Delta\phi_S = 100$ mrad) に対応した aperture を中心軌道 (z_S 軸方向) と平行になるように穴を開ける

テーパー付 (25, 50, , 100 mrad) コリメータの穴の内壁の部分に当たる電子はバックグラウンド事象になることが予想されるため、これを避けるために、acceptance に対応させて、50 mrad のテーパーを付けて穴を開ける。さらに、比較のために、その半分の 25 mrad、倍の 100 mrad のテーパーを開けたシミュレーションも行った。

ここでは、表 4.4 に示す条件でのシミュレーションを行った。

表 4.4: コリメータが与えるバックグラウンドの評価のためのシミュレーションの条件

運動量	$p = 60 \text{ MeV}$
生成角度	コリメータ無し : $\Delta\theta_S, \Delta\phi_S < 100$ mrad コリメータ有り : $\Delta\theta_S, \Delta\phi_S < 200$ mrad
生成数 (角度当たりの数密度)	200 mrad \times 200 mrad あたり 10^6 個
コリメータ	厚さ:10 mm
ターゲットチェンバー	無し

各コリメータに対して、検出器上でのヒストグラムは、図 4.6 および図 4.7 に示した。また、このときのバックグラウンド事象の数の割合は表 4.2.2 に示した。

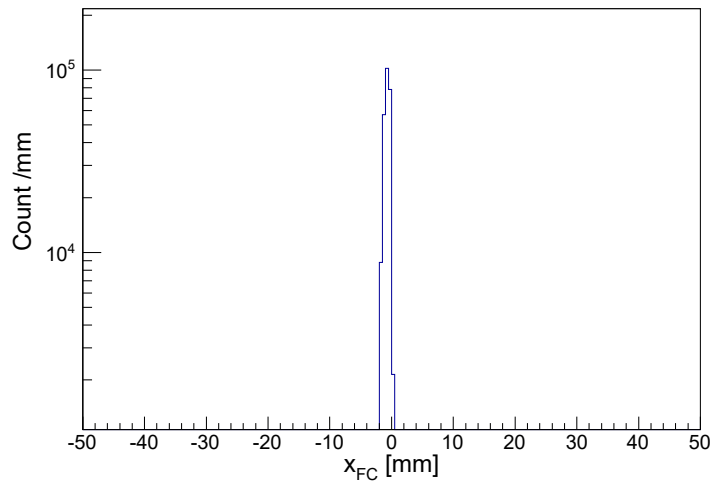
ここで発生するバックグラウンドは、コリメータの内壁に衝突してエネルギーを落としたり、角度が大きく変わることにより磁極に当たったりすることで生じる。さらに、50 mrad のテーパーを付けたときが、最もバックグラウンドが少なくなることが分かった。

この節でのシミュレーションの結論として、コリメータは厚さ 10 mm、内壁に 50 mrad のテーパーを付けたものに決定した。

4.3 ターゲットチェンバーの設計

ターゲットチェンバーのおおまかな構造は、図 2.7 で示した通りであるが、ここではより詳細な形状、特にフランジの部分の形状について議論する。

(a) コリメータなし、生成角度：50mrad



(b) 平行型コリメータ、生成角度：100mrad

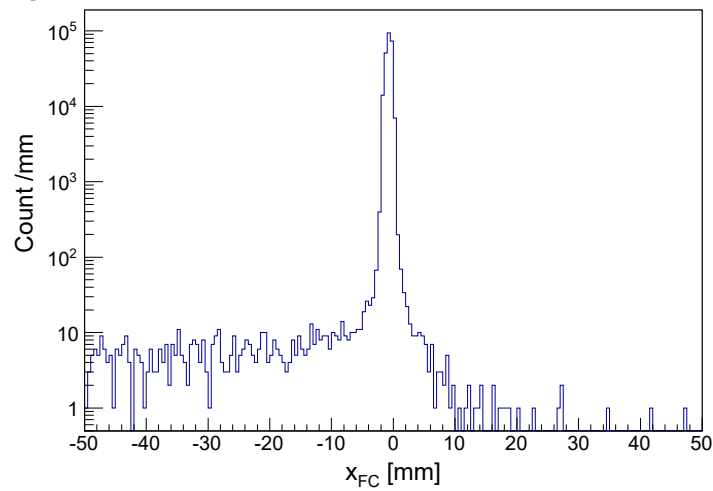
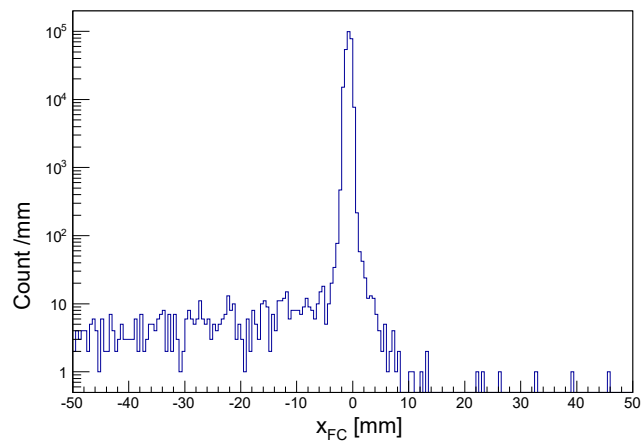
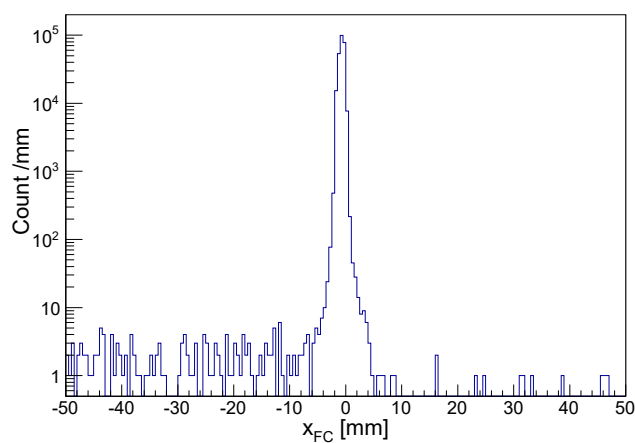


図 4.6: 検出器上での x_F 分布。(a) は生成角度をアクセプタンス内 ($\Delta\theta_S, \Delta\phi_S < 100$ mrad) 一様としコリメータなし。(b) は生成角度を 200 mrad \times 200 mrad で一様としコリメータは平行型。

(c)テーパー角: 25mrad



(d)テーパー角: 50mrad



(e)テーパー角: 100mrad

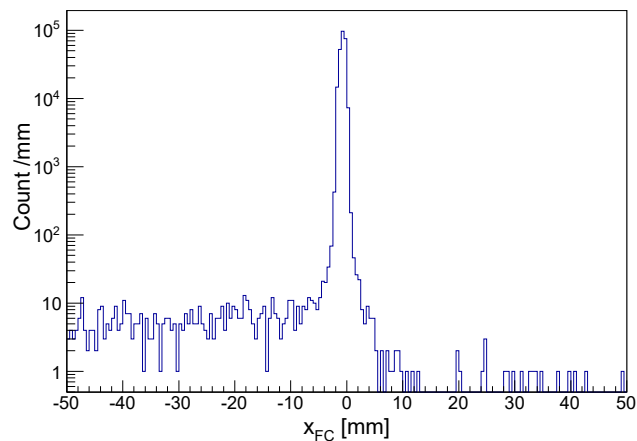


図 4.7: コリメータにテーパーを付けたときの検出器上での x_F 分布。テーパーの角度はそれぞれ (c)25 mrad、(d)50 mrad、(e)100 mrad とした。

表 4.5: コリメータによるバックグラウンドの影響

	コリメータなし	平行型コリメータ	
x_F の中心値 [mm]	-0.7655	-0.7393	
ピークに対する σ [mm]	0.4053	0.4658	
全生成数	10^6		
検出器に入った個数 N_D	248,243	240,384	
ピークから 3σ より外の個数 N_{BG}	0	1,237	
$N_{BG}/N_D(\%)$	0	0.5146	
テーパー付コリメータ			
テーパー角 [mrad]	25	50	100
x_F の中心値 [mm]	-0.7388	-0.7380	-0.7398
ピークに対する σ [mm]	0.4684	0.4685	0.4672
全生成数	10^6		
検出器に入った個数 N_D	255,654	254,855	248,131
ピークから 3σ より外の個数 N_{BG}	1,166	716	1,144
$N_{BG}/N_D(\%)$	0.4561	0.2809	0.4610

フランジは、スペクトロメータの向きを回転させたときに、ターゲットチェンバーの直線上を動く球の部分と、スペクトロメータの方向に動く”腕”の部分から構成されている。この中をくり抜き、ターゲットチェンバーとスペクトロメータの真空を常時直結した構造になっている。

ターゲットチェンバーを設計するうえで、いくつかの制約がある。図 4.8 に示すように、散乱角 $\theta = 30^\circ - 150^\circ$ で変化させることを考えると、 $\theta = 30^\circ, 150^\circ$ において、腕の部分がターゲットチェンバーの壁と干渉しないように、腕と球の接合部分はあまり大きくすることはできない。また、ターゲット側のフランジの穴は、角度を変えても穴がふさがらないようにしなければならず、穴の直径を 6 mm とした。

このターゲットチェンバーのフランジの穴の形は、測定におけるバックグラウンドに大きく影響を与えることがわかった。そこで、このフランジ穴の形状について、よりバックグラウンドを減らせるような、よい形を探していく。

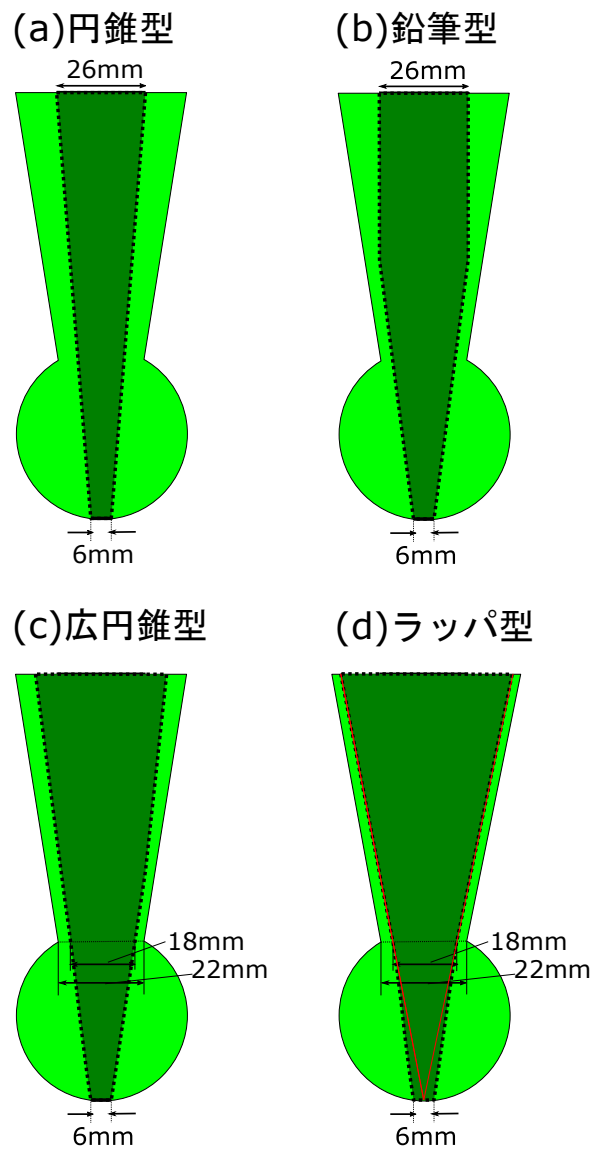


図 4.8: フランジ穴の断面図。

シミュレーションの条件

ターゲットチェンバーの解析を簡単にするため、まずはターゲットは入れず、散乱槽の中心点 $(x_s, y_s, z_s) = (0, 0, -500)[\text{mm}]$ から散乱電子を生成した。散乱電子の運動量は $60 \text{ MeV}/c$ とし、生成角度は $|\theta_s|, |\phi_s| < 10^\circ$ に一様とした。

表 4.6: ターゲットチェンバーのフランジ穴の形状を決定するためのシミュレーションに関する条件

運動量	$p = 60 \text{ MeV}/c$
生成角度	$ \theta_s , \phi_s < 10^\circ$ で一様
生成数	10^6 個
生成位置	$(0, 0, -500)$
ターゲット	無し
コリメータ	厚さ:10 mm 穴の形状:平行型

円錐型

まず初めに図 4.8(円錐型) に示すような円錐形の穴をしたフランジを考えた。スペクトロメータ側（散乱電子の出口側）の穴の大きさは、acceptance 内の生成角度をもつ電子の軌道と干渉しない、直径 26 mm とした。

このときの検出器上での x_{FC} 分布を、図 4.9 に示す。図 4.9 の上側の x_{FC} に対するヒストグラムのピークに対して、ガウシアンフィットを行い、そのピークの中心・幅 (σ)・ピークの中心から 3σ 外の粒子の個数について、表 4.3 にまとめた。

この円錐型ターゲットチェンバーでは、ここで、ピークから外れてしまったバックグラウンド事象はどのような原因で生じるのかを解析する。

このシミュレーションでは、ターゲットやビームの広がりはない設定なので、散乱電子が最初にどこに”衝突”したかを見たければ、生成角度を見ればよい。図 4.10 に、バックグラウンド事象になった散乱電子の生成角度をプロットした。これを見ると、バックグラウンドをなしている散乱電子の生成角度は、半径 $100 \text{ mrad} \times 100 \text{ mrad}$ 程度の円より外側の領域 (a) と中心から $\pm 50 \text{ mrad}$ の正方形の辺および内部の領域 (b) である。

領域 (a) については、散乱電子が始めにターゲットチェンバーへと衝突している事象である。ス

表 4.7: ヒストグラムの情報

	円錐型	鉛筆型	広円錐型	ラッパ型
中心値 x_{FC} [mm]	-0.740	-0.738	-0.740	-0.739
ピークの幅 σ [mm]	0.465	0.463	0.465	0.466
検出器に入った個数 N_D	82,295	79,875	79,697	78,974
ピークの外の粒子の個数 N_{BG}	3,602	1,329	1,155	702
N_{BG}/N_D	4.38%	1.66385%	1.45%	0.889%

表 4.8: 各種ターゲットチェンバーにおけるバックグラウンドの原因の内訳

	円錐型	鉛筆型
検出された事象	89,710(100%)	83,291(100%)
バックグラウンド合計	10,655(11.87%)	4339(5.209%)
コリメータより内側 ($ \theta_s , \phi_s < 55$ mrad)	684(0.762%)	722(0.8668%)
コリメータの枠外 ($ \theta_s , \phi_s > 55$ mrad)	9,965(11.10%)	
外側の部分		2696(3.237%)
中間の部分		921(1.106%)
	広円錐型	ラッパ型
検出された事象	82,875(100%)	80681(100%)
バックグラウンド合計	3,941(4.755%)	2,024(2.508%)
コリメータより内側 ($ \theta_s , \phi_s < 55$ mrad)	668(0.762%)	681(0.8440%)
コリメータの枠外 ($ \theta_s , \phi_s > 55$ mrad)	3273(3.95%)	
外側の部分		1,330(1.648%)
中間の部分		18(0.022%)

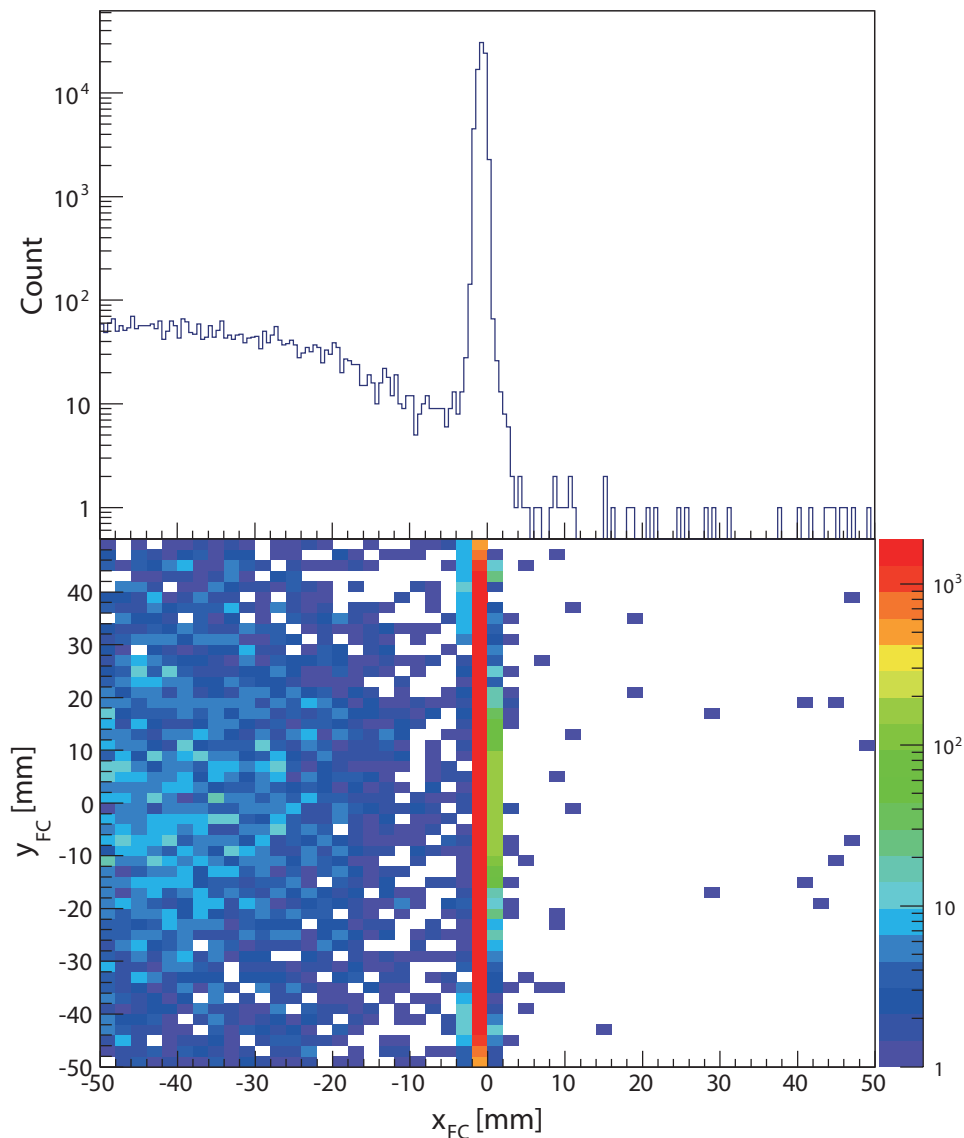


図 4.9: 円錐型の穴をもつフランジ (図 4.8) のときのシミュレーションの検出器上のヒストグラム。下側のグラフは検出器上のヒットマップで、上側のグラフは、これを x_{FC} 方向に射影したものの。

ペクトロメータの角度 90° のときは、ターゲットチェンバーの出口はターゲットから z_s 方向の距離が 130 mm、チェンバー出口の半径は 13 mm であるため、 $13(\text{mm})/130(\text{mm}) = 100 \text{ mrad}$ より外側の粒子がターゲットチェンバーの内壁に衝突する。

領域 (b) については、acceptance である $50 \text{ mrad} \times 50 \text{ mrad}$ に対応する大きさで設計したコリメータの壁によるものである。これに基づいた個数の内訳は、(a) が 3.8%、(b) 0.5% 程度である (表 4.8 にまとめた)。さらに、この領域 (b) において、角度 ($\sqrt{\theta_s^2 + \phi_s^2}$: 図における半径) が小さいほど事象の数も増えていることがわかる。これは、ターゲットチェンバーに当たった粒子が

戻ってくるためには、電子の受ける散乱角が小さくて済むからである。

鉛筆型

図 4.8 のように、フランジ穴を生成位置（ターゲット）に近い側で広げてしまい、穴の直径が 26 mm にし、あとは平行にする鉛筆型について考える。電子がターゲットチェンバーに直接当たって散乱しコリメータを通過してしまう事象を減らすためには、中心軌道からなるべく離れた位置に壁がある方がよいと考えたからである。

円錐型の穴の場合に比べて、むしろバックグラウンドは増えてしまった。（図 4.14 および表 4.8）。

このバックグラウンドの原因を調べるのに、円錐型で行ったのと同様に生成角度をみてみよう。

広円錐型

この円錐の頂角は、なるべく大きくとれるように、フランジの腕と球の接合部分による制約の限界（接合部分を直径 mm まで）広くする。（図 4.8）

円錐型や鉛筆型に比べ、バックグラウンドは減った。ここから、ターゲットチェンバーは、角度を広げた方がよいことが分かった。

ラッパ型

円錐型よりもさらに出口側を可能な限りひろげ、フランジに当たらないようにした”ラッパ型”について考える（図 4.8）。このときのヒストグラムは図 4.16 で、バックグラウンドの個数も減少していることがわかる（表 4.3）。

この形状のターゲットチェンバーの形状が最もバックグラウンドを減らすことができた。このシミュレーションについては、ターゲットチェンバーによる影響が考えうる生成角度より大きな角度である、 $|\theta_s|, |\phi_s| < 40^\circ$ でも行った。

4.4 その他のバックグラウンドの評価

4.4.1 検出器付近のマイラー

本実験で使用予定であるシリコンストリップ検出器の真空耐性について保証されていないことから、検出器のまわりは、大気圧とする。このため、真空部分と大気圧部分を分けるための

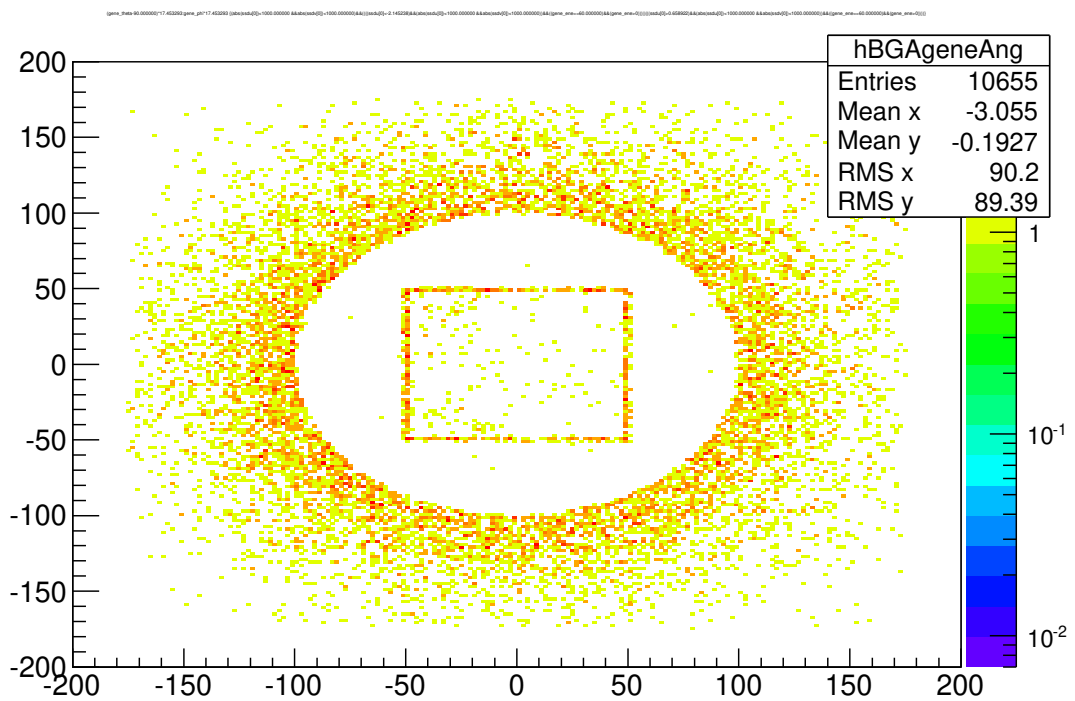


図 4.10: 円錐型ターゲットチェンバーフランジにおけるバックグラウンド事象をつくる生成角度の図。

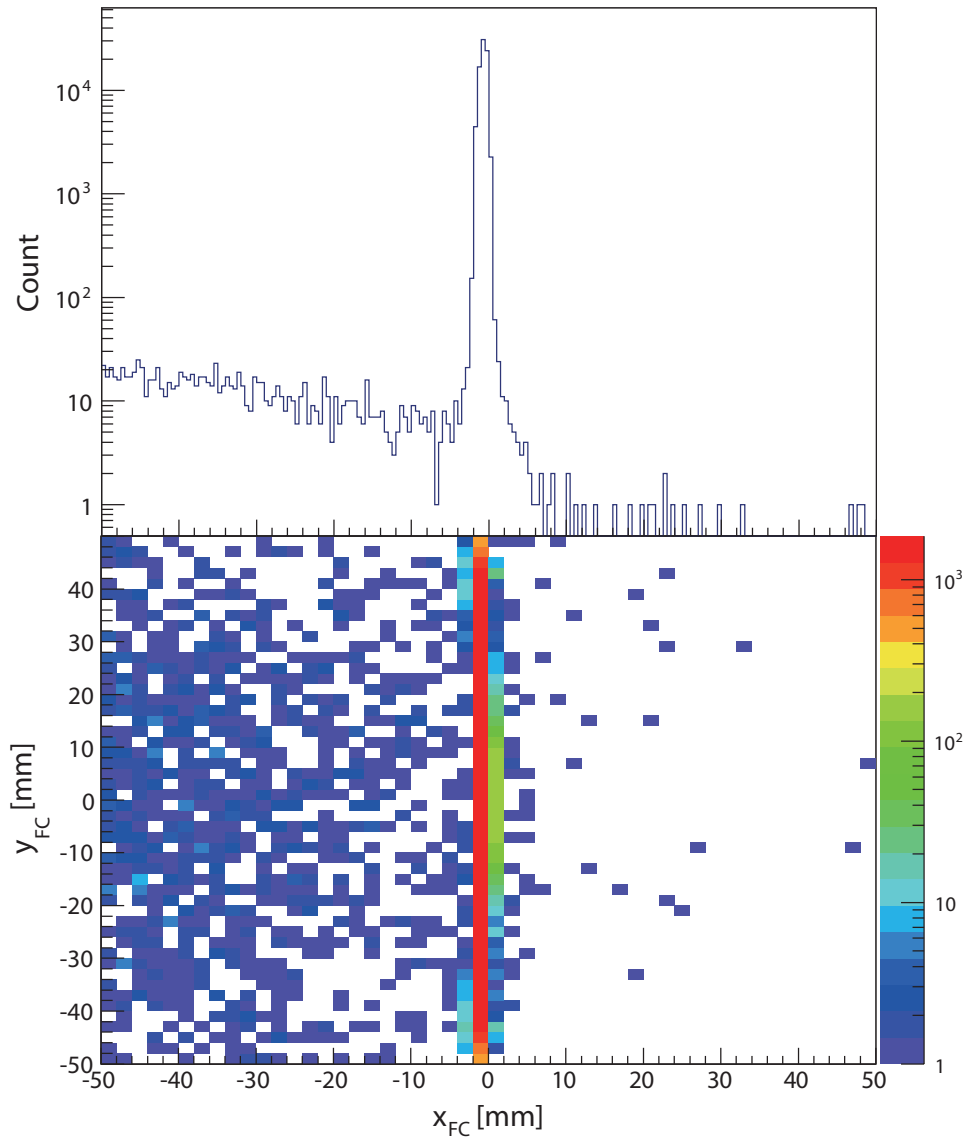


図 4.11: 鉛筆型（図 4.8 型）のときのシミュレーションの検出器上のヒストグラム。

マイラーが必要となる。

マイラーはアルミ製で、真空耐性を考えて、厚さは0.1mmとした。このとき、式(2.4.1)を用いて、多重散乱について計算すると、最も影響を受ける20 MeVの場合で、 $\langle \theta_{MS} \rangle = 16.9$ mrad程度となる。一方で、運動量分解能 $\sigma_p/p < 10^{-3}$ について、これは検出器上では $850 \text{ mm} \times 10^{-3} = 0.85 \text{ mm}$ に対応する。ここから、検出器とマイラーの距離は $0.85 \text{ mm} / 16.9 \text{ mrad} \simeq 50.8 \text{ mm}$ 程度までには抑えたい。シリコンストリップ検出器を二枚重ねて置くことを考えて、マイラーと検出器が干渉しない限界として、焦点面から10 mmの地点に置くこととする。

このときの影響について評価する。

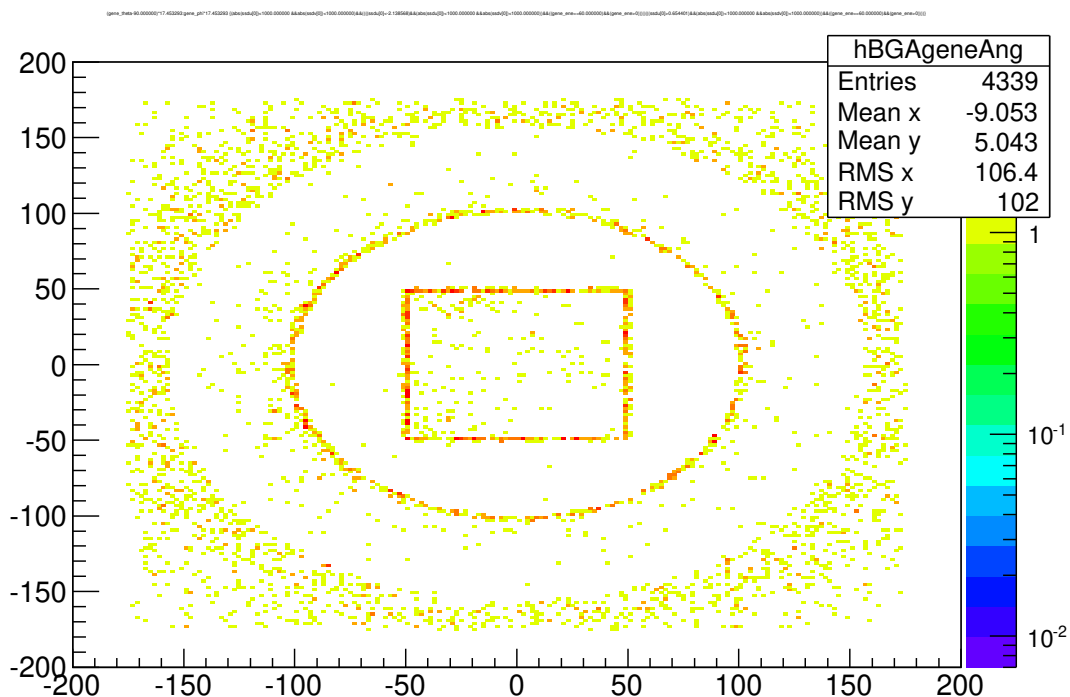


図 4.12: 鉛筆型ターゲットチェンバーフランジにおけるバックグラウンド事象をつくる生成角度の図。

設定

中心軌道の運動量は 60MeV 、生成角度は $10^\circ \times 10^\circ$ とした。シミュレーションの条件は、表 4.9 にまとめた。

表 4.9: マイラーが与えるバックグラウンドの評価のためのシミュレーションの条件

運動量	$p = 60\text{MeV}$
生成角度	$40^\circ \times 40^\circ$
生成数	10^7 個
コリメータ	厚さ:10 mm 穴の形状:平行型
ターゲットチェンバー	ラップ型
ターゲットの厚さ及び生成位置の揺らぎ	無し

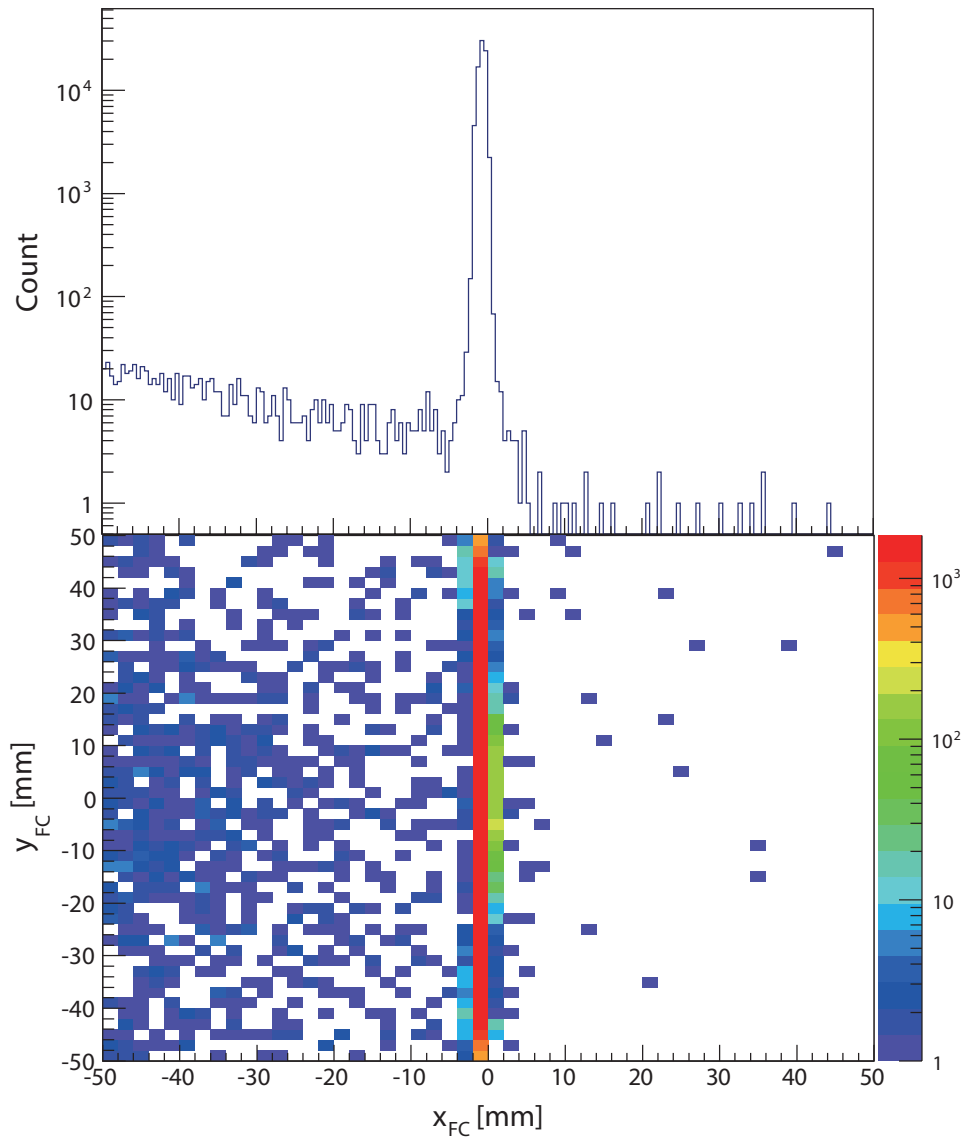


図 4.13: 頂角を広げた円錐型の穴をもつフランジ（図 4.8: 広円錐型）のときのシミュレーションの検出器上のヒストグラム。

シミュレーション結果

マイラーによる分解能の悪化は、シミュレーション上は分解能に影響はないと見られる。

4.5 Geant4 シミュレーションのまとめと展望

本章では、モンテカルロシミュレータである Geant4 を用いた散乱電子スペクトロメータの光学特性の解析を行った。

今後の展望として、検出器の設置位置と運動量分解能の関係

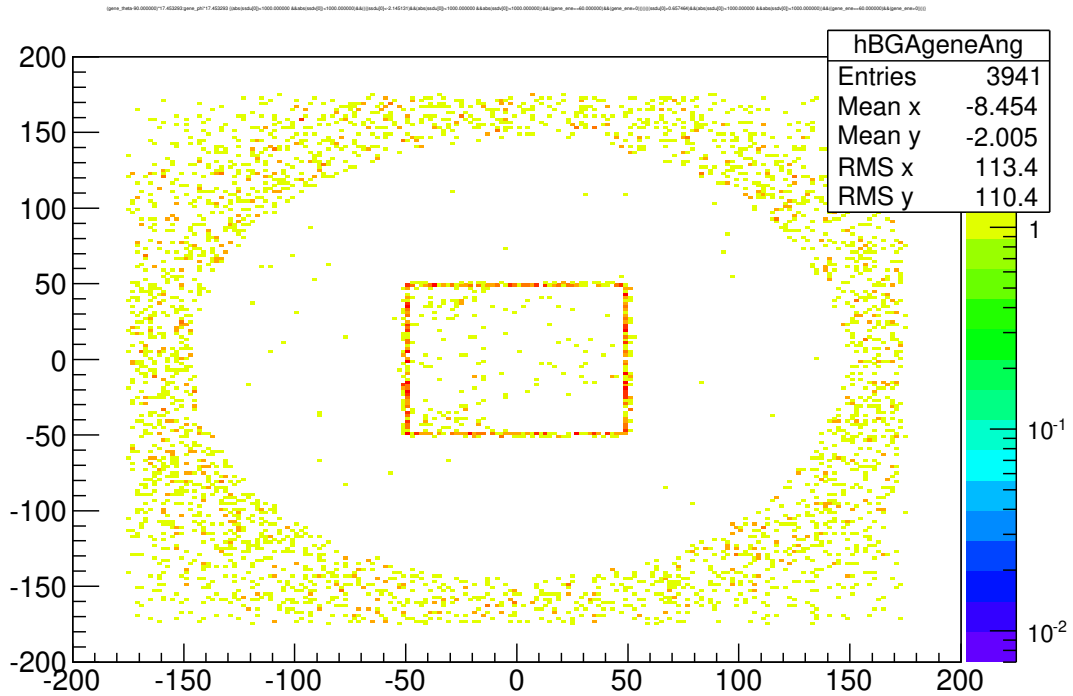


図 4.14: 鉛筆型ターゲットチェンバーフランジにおけるバックグラウンド事象をつくる生成角度の図。

表 4.10: マイラーの有無による運動量分解能への影響

	マイラーなし	マイラーあり
中心値 x_F [mm]	-0.758	-0.737
ピークの幅 σ [mm]	0.408	0.467
検出器に入った個数 N_D	96,436	49,837
ピークの外の粒子の個数 N_{BG}	239	735
N_{BG}/N_D	0.25%	1.47%

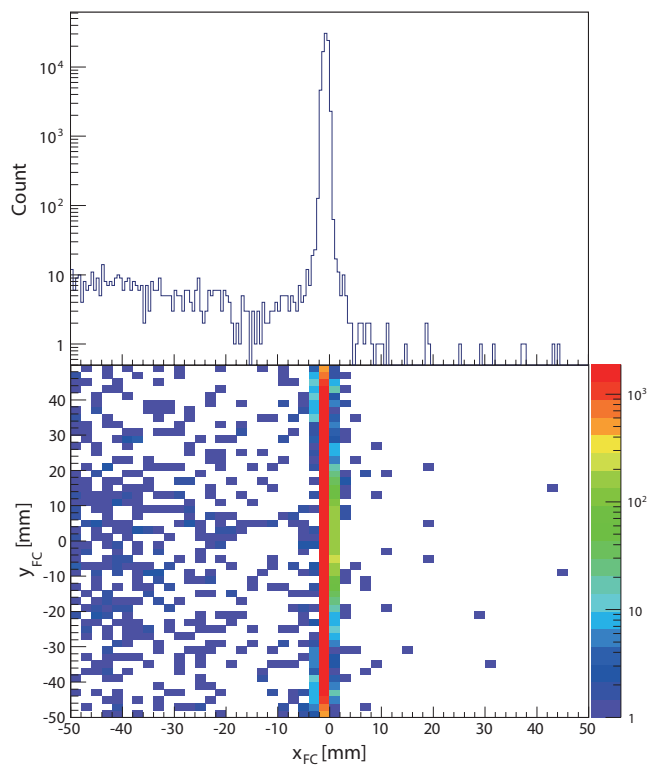


図 4.15: 球と腕の接合部分から先の部分をさらに広げた (図 4.8 型: TC8) のときのシミュレーションの検出器上のヒストグラム。

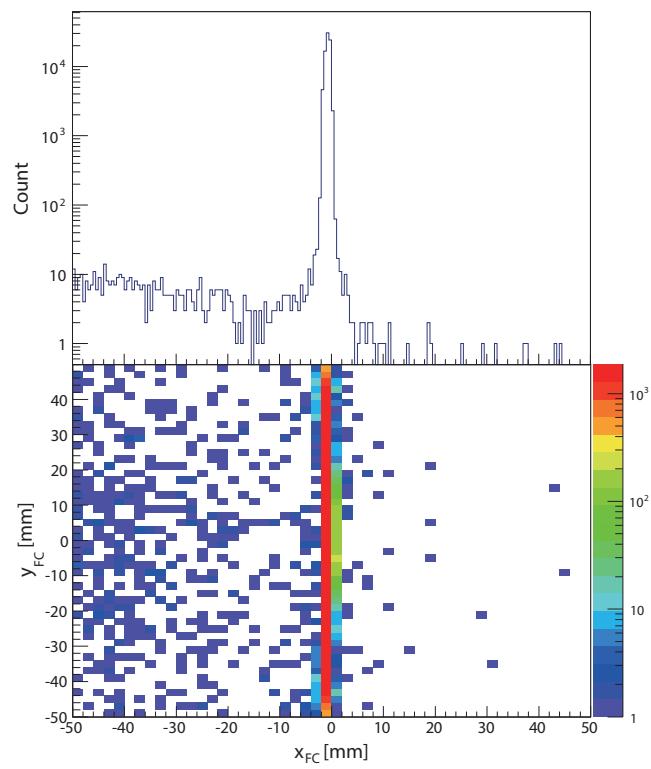


図 4.16: マイラーの有無による運動量分解能の悪化の影響。

第5章 Summary

本実験は陽子半径問題の原因解明に貢献するために、電子散乱実験による最も信頼度の高い測定値を得ることを目標としている。

本実験の特徴は、(i) 電荷形状因子 G_E における Q^2 の高次の寄与を抑制するために、極低運動量移行領域での測定を行うこと、(ii) CH_2 標的を用いることで、ep 散乱と eC 散乱を同時測定し、その収量の比を取ることで散乱断面積の絶対値を決定すること、(iii) エネルギーを頻繁に変えることが比較的容易であるビームラインを用いることで、ある固定した運動量移行 Q^2 に対して、散乱角 θ を変えた測定ができ、散乱断面積のデータから G_E と G_M に分離できる (Rosenbluth 分離) ことの3点である。

これらを実現させるために低エネルギー電子ビーム (20 – 60 MeV) と測定する散乱角 ($30^\circ - 150^\circ$) の範囲で測定可能なスペクトロメータを用いる。また、電子と C/H の散乱を分離するために、運動量分解能は 10^{-3} 以上を要求する。さらに、統計上の要求から、 $100 \text{ mrad} \times 100 \text{ mrad}$ の角度をアクセプタンスとする。

この実験は、低エネルギーであるゆえに、物質中の多重散乱の影響が大きく、検出器での軌跡測定からスペクトロメータの磁場情報を利用して、標的まで軌跡を再構成させることができない。従って、散乱電子の運動量は、焦点面検出器の位置の情報のみにより、 10^{-3} の分解能を満たすように光学的に決定する必要が生じる。

本論文では、上記要求を満たすスペクトロメータの設計を行った。磁極形状を最適化するソフト Orbit4 を用いてスペクトロメータの磁極を決定し、三次元磁場計算ソフト TOSCA を用いてこの磁分布場を計算した。得られた3次元磁場分布を取り込んだ、Geant4 シミュレーションを行った。導出した焦点面にシリコンストリップ検出器 (ミューオン g-2/EDM グループとの共同開発) を置くことで、運動量を $\sigma_p/p = 10^{-3}$ の分解能で求めることができることを確認した。

次に、ターゲットや、ターゲットチェンバー・コリメータなどの実験に必要な構造物を入れ、実際の環境に近い条件でシミュレーションを行い、バックグラウンド事象 (コリメータなどの内壁に当たったのちに焦点面で検出されてしまうイベント) の影響を評価した。

まず、コリメータの厚さを決定するために、代わりに厚さが同じ鉛板を置くことにより、電磁シャワーなどの影響でどの程度検出器まで到達する粒子があるのかを調べ、10 mm の厚さのコリメータを用いることに決定した。

さらに、バックグラウンドになる事象の個数を減らすために、コリメータの穴の形状、およびターゲットチェンバーのフランジ穴の形状を変えてバックグラウンド量の比較を行った。コリメータは50mradのテーパーを付けたものが最もバックグラウンドを落とせた。ターゲットチェンバーは、その内壁がターゲットから幾何学的に極力見えないような形状がよいことが分かった。

実験の要求精度である 10^{-3} レベルまでバックグラウンドを抑えるためのさらなる検討を行っている。

関連図書

- [1] R. Hofstadter: Nobel Lecture 1961.
- [2] C. Carlson : Prog. Part. Nucl. Phys. 22, 59(2015).
- [3] I. Sick: arXiv:1505.02680.
- [4] CODATA 2010 : <http://physics.nist.gov/>
- [5] R. Pohl *et al.*: Nature **466** (2010) 213.
- [6] C. Carlson and B. C. Rislow : Phys. Rev. **D86** 035013 (2012).
- [7] J. C. Bernauer *et al.*: Phys.Rev.Lett.**105**(2010)242001.
- [8] A. Beyer *et al.*: Science **358** (2017) 79.
- [9] H. Fleurbaey *et al.*: Phys. Rev. Lett. **120** (2018) 183001
- [10] A. Miller: arXiv:1812.02714
- [11] T. W. Donnelly, D. K. Hassle and R. G. Milner: arXiv:1505.04723v2
- [12] A. Miller: arXiv:1809.09635
- [13] J. C. Bernauer *et al.* : Phys. Rev.**C90** (2014) 015206.
- [14] E. Offerman *et al.*: Phys. Rev. **C44** (1991) 1096.
- [15] E. Tuchstuhel *et al.*: Nucl. Phys. A430 (1984) 685
- [16] W. Reuter *et al.*: Phys. Rev. C26 (1982) 806.
- [17] L. Cardman *et al.*: Phys. Lett. B91 (1980) 203.
- [18] I. Sick: Atoms **2018**, 6, 2.
- [19] g-2 collaboration: <http://g-2.kek.jp/>

[20] GEANT4: <http://geant4.web.cern.ch/>

[21] S. Morinobu “ORBIT4”, Private communication.

[22] OPERA 3D (TOSCA)<https://operafea.com/>