修士論文

六角セル型ドリフトチェンバーと
そのガス特性の研究

東北大学大学院理学研究科 物理学専攻
原子核物理

渡辺 極之

平成 14 年 2 月 25 日

要旨

本論文の目的は、現在建設中である理化学研究所の RI(Radioactive Ion) Beam Factory において、2 次原子核ビームの核反応を用いた原子核の研究を行うための、大立体角磁気分析器 (Large-Solid-Angle Magnetic Spectrometer) の焦点面位置検出器の開発である。

この検出器として六角セル型ドリフトチェンバーの使用を検討している。プロトタイプの検出器を用いて、使用するガスを変化させ、検出効率と位置分解能に関して最適な条件とその位置分解能を測定した。

Base Gas として He を、Quench Gas として C_2H_6 と CH_4 の 2 種類を試みた。ガス比を Base : Quench = 4:6 ~ 9:1 まで変化させて、印加電圧に対する検出効率曲線とその混合ガスでのもっともよい位置分解能を求めた。

異なるガス比での、位置分解能の印加電圧依存性の比較には、検出効率が 50 % になる電圧での検出効率曲線の位置と傾きによる印加電圧のスケールが有用であることがわかった。

位置分解能に関して最適な動作電圧は検出効率が約 100 % になる点から 約 200 V 高い電圧であることがわかった。

Quench Gas の比率が大きくなると位置分解能がよくなる傾向が見られた。また、同じ混合比では Quench Gas として C_2H_6 を用いたほうが位置分解能がよいことがわかった。

He : C_2H_6 = 4:6 の V_f = 2550 V のときに最もよい位置分解能 109 ± 3 μm が得られた。He + CH_4 については、He : CH_4 = 5 : 5 の V_f = 2644 V のときの 146 ± 4 μm が一番よい位置分解能であった。

以上の結果は各実験ごとの ドリフトチェンバーの使用ガスの最適化、最適な設計に関して有用な情報を与える。

目 次

要旨 **1**

目次 **3**

図目次 **5**

表目次 **6**

1 序論 **7**

1.1 目的 7
1.2 大立体角磁気分析器 7
1.3 ドリフトチェンバー 10
1.4 六角セル型ドリフトチェンバーの構造とその特徴 13
1.5 ガス特性 13
1.5.1 Base Gas と Quench Gas 13
1.5.2 ガス混合比とクーロン多重散乱 18
1.5.3 Diffusion の位置分解能への影響 19
1.5.4 ドリフト速度と E/p 22
1.5.5 まとめ 22

2 実験 **25**

2.1 プロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバーの構造 25
2.2 セットアップ と 測定系 27
2.3 ガスの混合 29
2.4 フィールドワイヤー と シールドワイヤー への印加電圧の最適比 32
2.5 入射粒子の位置と角度の解析方法 (分解能の決定方法) . . . 33
2.6 結果と解析 43
2.6.1 TDC スペクトルの変化 43
2.6.2 検出効率の印加電圧依存性 46
2.6.3 位置分解能の測定 49
2.6.4 ドリフト時間 49
2.7 考察 51

3 まとめ **60**

A 第 0 近似による STC **61**

B 位置検出器の分解能と観測量の関係、通過粒子の位置、角度分解能 **62**

B.1 一般的な場合 62

B.2 4 面等間隔の場合 65

C 物質の混合とクーロン多重散乱 **66**

D マスフローコントローラの較正 **69**

E 一様磁場での荷電粒子の軌跡 **73**

E.1 運動方程式と特別解 73

E.2 単純なセットアップでの荷電粒子の軌跡 75

F ガスの流量と置換率 **81**

G TDC スペクトル **83**

参考文献 **84**

謝辞 **86**

図 目 次

1 プロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバー 6
2 2 次原子核ビームの核反応 (逆運動学) 8
3 六角セルの電場分布 (2 次元プロット) 14
4 電場 (1 次元プロット) [図 3] の x 軸の断面 15
5 等到達時刻曲線 15
6 磁場中のドリフト電子の軌跡 16
7 紫外光に起因する放電 17
8 クーロン多重散乱の記述に使われる量の定義 19
9 放射長のガス混合比依存性 20
10 Longitudinal Diffusion coefficient 21
11 ドリフト速度とガスの混合 22
12 ドリフト速度 の E/p 依存性 (He + CH_4) 23
13 ドリフト速度 の E/p 依存性 (He + C_2H_6) 23
14 プロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバーの構造 26
15 プロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバーとセットアップ 28
16 使用したシンチレータと PMT の大きさ (PMT:R1398) . . 29
17 測定回路図 30
18 V_f に関する 検出効率曲線 ($V_s = 100$ V 固定) 33
19 V_s に関する 検出効率曲線 ($V_f = V_{f50}$ 固定) 34
20 V_f に関する検出効率曲線 ($V_s = 0.6865 \times V_f$) 35
21 面番号、golden event と 左右の不定性 36
22 到達時間スペクトルからの 第 0 近似 STC の作成 37
23 STC の補正 37
24 収束後の STC table 38
25 第 0 近似で求めた残差分布 39
26 収束後の残差分布 39
27 各面での残差分布 40
28 位置分解能の決定。残差 2 乗和 42
29 到達時間スペクトルからの 第 0 近似 STC の作成 2 44
30 He+C_2H_6 : 検出効率の印加電圧依存性 47
31 He+CH_4 : 検出効率の印加電圧依存性 48
32 He+C_2H_6 : 位置分解能 の V_f 依存性。宇宙線での測定結果。 49
33 He+CH_4 : 位置分解能 の V_f 依存性。宇宙線での測定結果。 50

34 $He+C_2H_6$: 位置分解能 (β 線) の V_f 依存性 50
35 $He+CH_4$: 位置分解能 (β 線) の V_f 依存性 51
36 ドリフト時間を TDC からもとめる 52
37 ドリフト時間とガス混合比 52
38 ドリフト時間の逆数に 0.6 cm を掛けたものとガス混合比の相関 53
39 $He+C_2H_6$: scaled V_f に関する検出効率、位置分解能 . . . 54
40 $He+CH_4$: scaled V_f に関する検出効率、位置分解能 . . . 55
41 各混合ガス と 最もよかった 位置分解能 (宇宙線) 56
42 Multiplicity 2 の TDC 57
43 ミストラック (面とセルでの解析が原理的に困難なイベントの例) 58
44 MFC の校正 He : fitting 69
45 MFC の較正 He : 残差 70
46 MFC の較正 C_2H_6 : fitting 70
47 MFC の較正 C_2H_6 : 残差 71
48 MFC の較正 CH_4 : fitting 71
49 MFC の較正 CH_4 : 残差 72
50 一様磁場での荷電粒子の軌跡とそれを特徴づける変数 . . . 76
51 単純なセットアップでの荷電粒子の軌跡とそれを表す変数 77

表 目 次

1 材質と放射長・密度 20
2 プロトタイプドリフトチェンバーの Secification 26
3 プロトタイプドリフトチェンバーの L/L_r 27
4 混合比と流量の設定 31
5 検出効率が 50 % になる電圧 V_{f50} とその電圧での検出効率曲線の傾き S 46
6 MFC fit parameter 69
7 n 回置換でのガス交換率 82

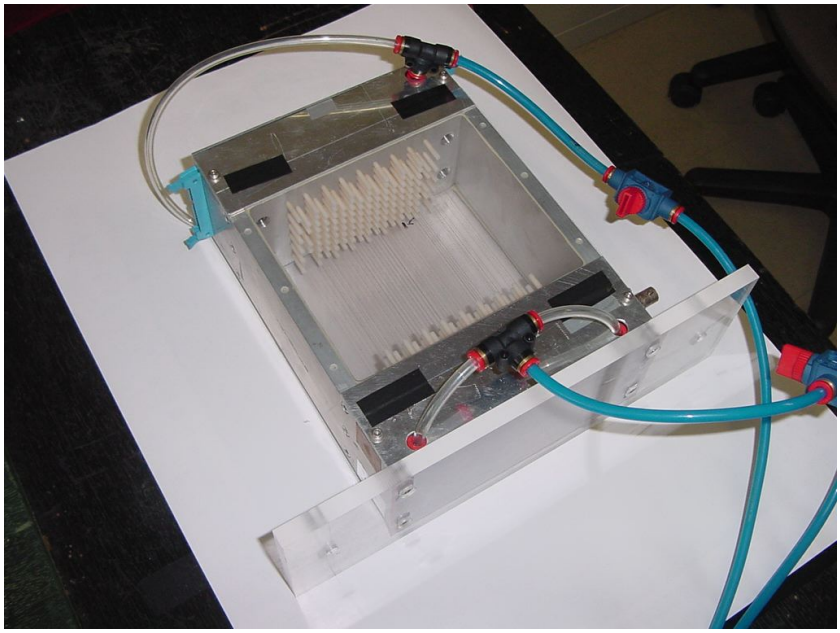


図 1: プロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバー

1 序論

1.1 目的

本論文の目的は、現在建設中である理化学研究所の RI(Radioactive Ion) Beam Factory において、2 次原子核ビームの核反応を用いた原子核の研究を行うための、大立体角磁気分析器 (Large-Solid-Angle Magnetic Spectrometer) の焦点面位置検出器の開発である。

この検出器として六角セル型ドリフトチェンバーの使用を検討している。プロトタイプの検出器を用いて、使用するガスを変化させ、検出効率と位置分解能に関して最適な条件とその位置分解能を測定した。

1.2 大立体角磁気分析器

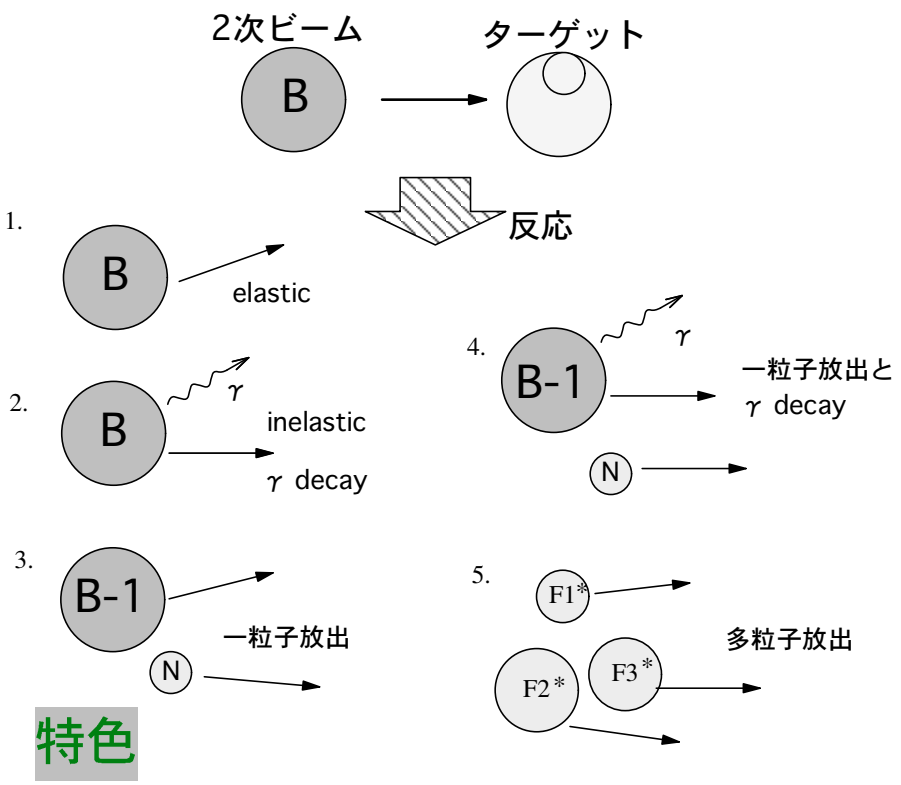
不安定核の性質を調べる実験では、その短い寿命のために、従来の安定核の実験のように興味のある原子核をターゲットにした散乱実験をおこなうことが困難である。そのために、興味のある原子核を 2 次ビームとして用い、プローブとしてのターゲットで散乱させて反応粒子 (残留核) を測定し、粒子識別と運動量ベクトルの決定を行い、逆運動学によって物理量を再構成する手法が取られている。

広範囲 (種類やエネルギー) の 2 次ビームの生成が可能とされる、RI Beam Factory においては、1 次ビームとして Z=1 の deuteron (400 MeV/A) から Z=92 の Uranium (350 MeV/A) までの粒子を加速することができる。この 1 次ビームからつくられる 2 次ビームを用いて、幅広い領域の不安定核に対して励起エネルギー分布 や 1 空孔状態などについての知見を得たい [図 2]。

2 次原子核ビームの核反応を用いた実験では、反応の情報を持った残留核が前方に放出されるという特色がある。そこで、A/Z $\leq$ 3 の残留核を同時に検出したい。また崩壊の Q 値 が大きくなると残留核の放出角と運動量分散が大きくなるので、広範囲の励起エネルギー分布の情報を得るには、立体角の大きな前方検出器が必要となる。粒子識別にはよい質量の決定精度が必要である。 例えば Z=36 (Kr) 、運動エネルギー 250 MeV/A の粒子を A $\leq$97 で A と A -1 を $4\sigma_A$ で分離することが望まれる (ここで A は注目している粒子の質量 m を A.M.U. で割ったものである。)。そのため、強い磁場を発生させることのできる超伝導電磁石を用

2 次原子核ビームの核反応を用いた原子核の研究

≒Inverse Kinematics



特色

残留核が前方に飛び出してくる

→ 前方での粒子識別と運動量分析

図 2: 2 次原子核ビームの核反応 (逆運動学)

いた、大立体角磁気分析器の使用が計画されている。
大立体角磁気分析器は、

- 2 次ビームの通過時間検出器 (ターゲットから焦点面下流に設置される Hodoscope までの TOF(Time Of Flight) の時間原点と位置検出器に必要な時間原点を決定する)、
- 位置検出器 (ターゲットでの反応位置を 2 次ビームの軌跡から求める)、
- 超伝導電磁石 (運動量によって粒子の軌跡の曲げ角を変える) 、
- 焦点面位置検出器 (磁石の出口での位置と角度を決定する) 、
- Hodoscope (Z と TOF を決定する) 、

から構成される。

大立体角磁気分析器に求められる性能は、

- Magnetic rigidity $R \leq 2.2$ GeV/c(A/Z=3, 250 MeV/A) に対して曲げ角 θ を 60 度にする強い磁場と充分な大きさ ($B \cdot L$=6.3 Tm)、
- A/Z ≤ 3 の残留核を同時に検出することのできる運動量アクセプタンス ($p_{max}/p_{min} \leq 3$)、
- 広い Q 値の範囲に相当する放出角 (~ 30 MeV : $\pm$10 度) を覆う角度アクセプタンス、
- 充分な質量分解能 (Z=36(Kr) 、運動エネルギー 250 MeV/A の粒子を $A \leq$97 で A と A-1 を $4\sigma_A$ で分離)、
- 充分な運動量分解能 (実験によって異なる)、

である。

この要請を満たすために、

- Pole : 1.6 m(wide) $\times$ 2.8 m(long) $\times$ 0.9 m(gap)、
- 磁界 : 3.0 T @ 4.4 MAT(起磁力)、

- 重量：620 t、
- Stored Energy：36 MJ、
- コイル最大磁界：4.0 T、

という、C 型超伝導電磁石の使用が計画されている。

磁気分析器下流の焦点面付近に設置される位置検出器には、

- 運動量アクセプタンスと角度アクセプタンスに対する要請を満たす大きな有感領域、
- 質量分解能、運動量分解能の要請を満たす位置および角度分解能、
- 検出器への入射角 (0 ° ~ 45 °) に依存しない位置および角度の決定、
- もれ磁場の存在下での動作、
- 高計数率下での動作、

という要請がある。

これらの条件に適合する位置検出器の 1 つとして六角セル型ドリフトチェンバーが期待される。そのため、六角セル型ドリフトチェンバーのガス特性の研究を行った。

1.3 ドリフトチェンバー

ドリフトチェンバーは 荷電粒子の通過位置を測定し軌跡をもとめる装置である。

ドリフトチェンバー中を荷電粒子が通過すると、ガス分子が電離され、その電離電子が sense wire に向かってドリフトし、ガス増幅 (比例領域) されて信号が検出される。

このドリフト電子の到達時間情報を sense wire からの距離に換算することによって位置を決定する。これがドリフトチェンバーの動作原理である。また、このためには荷電粒子が通過した時間を良い精度で知る必要がある。これは、通常 trigger counter によって決定される。

到達時間情報の位置情報への換算は、次の観測事実に基礎をおいている。比例計数管においては、粒子の通過時刻と信号の立ち上がり端との時間差 Δt と、一次電離の発生点と sense wire との距離との間に正確な相関関係があることである。この時間差 Δt は主として 時刻 $t = t_0$ に一次電離の過程で発生した電子がドリフトし、 sense wire のまわりの高電場領域に入りなだれ (Townsend avalanche) を発生させた時刻 t_1 までのドリフト時間によるものである。この場合、電子のドリフト経路長 x は電子のドリフト速度 v によって、

$$x = \int_{t_0}^{t_1} v(t)dt, \tag{1}$$

で与えられる。

ドリフト速度とは、乱雑に運動する多数の粒子が外力を受けて移動するときの、各粒子の速度ベクトルの平均値のことである。ドリフト速度は、外力があまり大きくない場合、外力に平行で、大きさは外力に比例する。磁場のない場合、電子は、電場による力とドリフト速度に依存する抵抗力 (電子とガス分子の衝突に起因する) を受けて移動する。微視的には、電子が電場によって加速されて移動し、ガス分子と衝突するという現象が繰り返し起こっている。電子の質量がガス分子に比較して小さいために、電子は衝突の度に等方的に散乱され、衝突前の運動方向を忘れてしまう。このため巨視的には、速度ベクトルの平均値 (ドリフト速度) は電場と平行になる。ドリフト速度は、電場の加速によって得たエネルギーがガス分子との衝突によって失ったエネルギーとちょうどつり合うところで一定に落ち着く。またドリフト速度は、ガス種、電場強度、ガス圧に依存する。

ドリフト電子が、sense wire 近傍に形成されている高電場に入り、ガス分子との衝突間に、この高電場からガス分子を電離するのに充分な運動エネルギーを得ると二次電離がおき、avalanche 増幅がはじまる。この位置を x_{min} 、sense wire の表面を r とする。いまこの過程で遊離された電荷量が一次電離によってイオン化された自由電荷 $n_0 e$ に比べて係数 A だけ大きいとする。すると sense wire に現れる電圧信号 ΔU の大きさもまた A 倍されて、

$$\Delta U = -A\frac{n_0 e}{C}, \tag{2}$$

となる。 この A をガス増幅率と呼ぶ。ここで C は sense wire の接地に対する静電容量である。

一次電離による電子の数 (ドリフト電子の数) が $x{=}x_{min}$ で n_0 であったとすると、経路 $x{=}r$ まで通過したときの最終的な遊離電荷量 N によって、 A は、

$$A = \frac{N}{n_0}, \tag{3}$$

で表される。$N(x)$ は、

$$dN(x) = N(x)\alpha dx, \tag{4}$$

で求められる。 α は 第 1 Townsend coefficient と呼ばれ、電子によって経路の長さ 1 cm あたりにつくられる 電子-イオン対の数のことである。一般に α は電子エネルギーに依存しているから電場強度にもより、つまり、電場分布とガス圧とガス種を固定した条件では、sense wire からの距離による。したがって、N は、

$$N = n_0 \exp(\int_{x_{min}}^{r} \alpha(x)dx), \tag{5}$$

となり、ガス増幅率は、

$$A = \exp(\int_{x_{min}}^{r} \alpha(x)dx), \tag{6}$$

で表される。

こうして電子のガス増幅が行われ、sense wire の電位が変化し (ΔU)、信号が発生する。そして前述のように、この信号と荷電粒子の通過時間の時間差を計測し、通過位置を求める。

歴史的には、Charpak らが MWPC(MultiWire Proportional Chamber) を 1968 年に 初めて紹介した段階において [1]、既に信号の時間情報が位置決定に役立つと言及していた。MWPC は wire の hit のみを位置情報とし、時間情報は使用しない。ドリフトチェンバーの最初の研究は翌年 1969 年に行われた。

現在では、原子核実験や高エネルギー物理実験だけでなく、X 線天文学、核医学、タンパク質結晶学など様々な分野の研究に応用されている。

1.4　六角セル型ドリフトチェンバーの構造とその特徴

六角セル型ドリフトチェンバーには以下のような特徴があり、焦点面位置検出器としての充分な性能が期待される。

- 電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ (または等到達時刻曲線) が、ほぼ円形で回転対称なので入射角に依存しない位置決定が期待される。そのため 大きな入射角範囲の (例えば $0\,°$ ~ $45\,°$ に広がった) 粒子を検出する焦点面位置検出に適している。[図 3] [図 5]
- ワイヤーに垂直な一様磁場中ではドリフト電子の軌跡が螺旋になり、等到達時刻曲線がほぼ円形のまま保たれるため、一様磁場中での動作に適している。[図 1.4]
- 最密構造であるため、ワイヤーの数を減らすことができ、アノードワイヤーやフィールドワイヤーによるクーロン多重散乱を低減できる。
- ドリフト領域を小さくするように設計することにより、高計数率の実験にも耐えられると期待される。

1.5　ガス特性

ドリフトチェンバーはガスを流して使用する。ガスは、

- ◎ 荷電粒子の通過によって電離されドリフト電子を作り出す役割、
- ◎ 電離電子をドリフトさせる役割、
- ◎ アノードワイヤーに到達した電子を増幅させる役割、

の 3 つの役割を担う。使用するガスの特性によりドリフトチェンバーの動作特性 (動作電圧、位置分解能、ドリフト時間) は変化する。そのため、本論文ではプロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバーに関して使用するガスを変化させてその動作特性を調べた。

1.5.1　Base Gas と Quench Gas

2 種類のガスを混合して使用する。その役割は次の通りである。

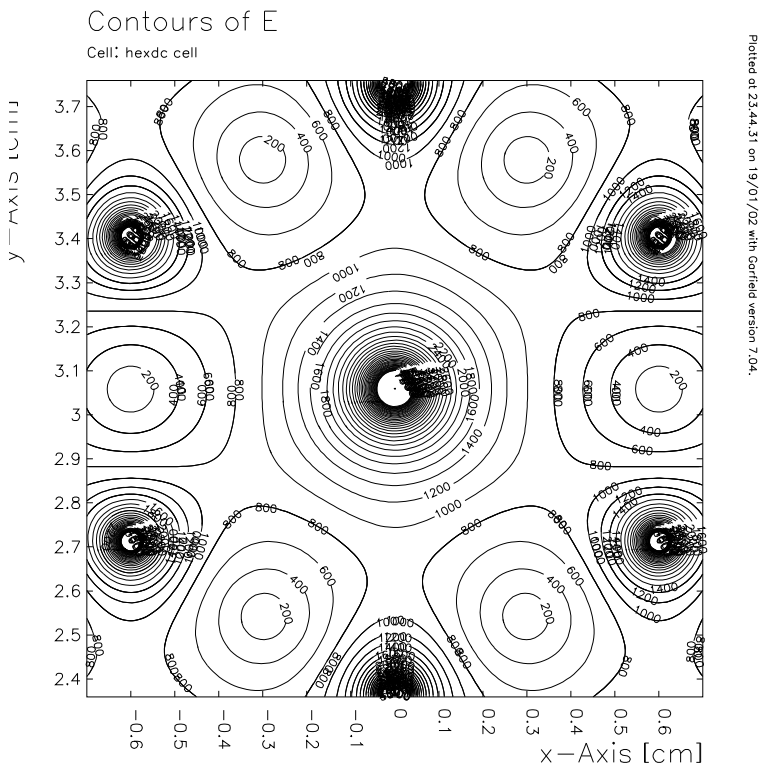


図 3: 六角セルの電場分布 (2 次元プロット)

縦軸も横軸も単位は cm である。各閉曲線は等電場線で、その値は単位 [V/cm] で表記されている。これは garfield-7 [15] で行った計算結果である。図の中心にアノードワイヤーがあり 0 V に接地している。これを囲むように 6 本のフィールドワイヤーが張ってあり、負の高電圧を印加する (V_f)。フィールドワイヤー電圧を印加することによって電場が形成され、電子がドリフトできるようになる。ドリフト電子はセルの中心にあるアノードワイヤーへドリフトしていき、増幅される。またこれは実験に使用したプロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバーのセル構造うちの 1 セルであり、電場の対称性のよい中心部のセルである。ドリフト距離は 6 mm (~ 6.93 mm) である。 印加電圧は $V_f = -2550$ V, $V_s = -1752$ V 。(V_s については [2.1] 参照。)

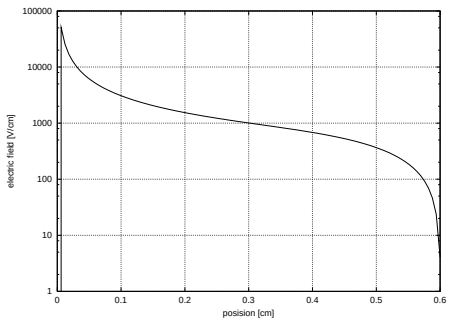


図 4: 電場 (1 次元プロット) [図 3] の x 軸の断面

縦軸は電場 [V/cm]。横軸は位置 [cm]。左側の端にアノードワイヤーがある。[図 3] の x 軸の断面である。ドリフトスペースは約 1000 V/cm の電場である。

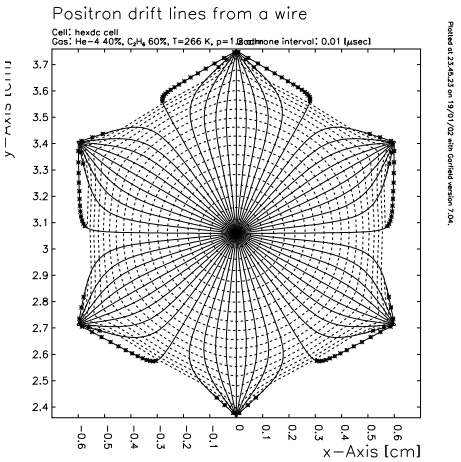


図 5: 等到達時刻曲線

縦軸も横軸も単位は cm。印加電圧は $V_f = -2550$ V, $V_s = -1752$ V。He:C_2H_6=4:6。温度 266 K。1.2 atm。実線はドリフト電子の軌跡を示している。破線の間隔は 0.01 μsec。また計算は garfield-7 でおこなった。

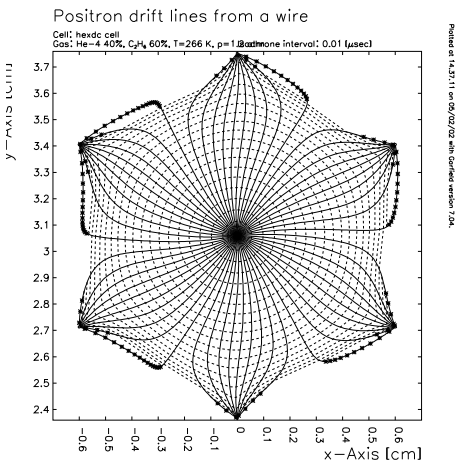


図 6: 磁場中のドリフト電子の軌跡

縦軸も横軸も単位は cm。印加電圧は $V_f = -2550$ V, $V_s = -1752$ V。He:C_2H_6=4:6。温度 266 K。1.2 atm。線はドリフト電子の軌跡を示している。破線の間隔は 0.01 μsec。磁場はワイヤーと平行な向きに 0.3 T。また計算は garfield-7 でおこなった。

- Base Gas

  Base Gas は荷電粒子との衝突により電離されて電子を放出し、アノードワイヤー付近でガス増幅を行うためのガスである。主に希ガス (単原子分子) が使われる。多原子分子は粒子との衝突で受けたエネルギーを電離以外にも分子の回転や振動で使ってしまい、衝突のエネルギーを 100 % 有効に電離に使えない。単原子分子ではこのような自由度がないため、衝突で受けた energy をより効率よく電離に使うことができる。

  一方、 Base Gas のみでは、アノードワイヤー付近でガス増幅が行われる時に放電が起こってしまい、安定な動作が得られない。励起された原子が脱励起する際に、紫外領域の光子を放出し、その光子がそのガス増幅の行われている領域の外であらたにガス分子を電離した場合、そこからまたアノードワイヤーに向かってドリフトし、再び avalanche 増幅がはじまる。この現象が繰り返されると放電が起こる。[図 7]

  充分な gain を得るためには、アノードワイヤー近傍での電場を強くし、第 1 Townsend coefficient α の大きい領域を広くする必要がある。しかしそうすると、Base Gas のみでは、前述の放電現

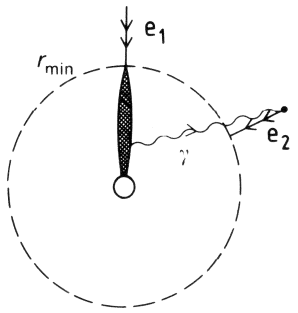


図 7: 紫外光に起因する放電

中心の丸はアノードワイヤーを示している。r_{min} は avalanche 増幅に必要な電場強度のある領域の半径。e_1 でドリフトしてきた電子が avalanche 増幅されている。その増幅が行われている領域から紫外光 γ が発生し、増幅領域の外で新たにガス分子を電離させている (e_2)。そこから再び電子がドリフトし avalanche 増幅を起こそうとしているのがこの図である。この現象が繰り返されると、放電がおこる。[4]

象を引き起こすことのできる光子の数も増え、充分な gain が得られる電圧に到達する前に放電が起こる。よって、通常は次に述べる Quench Gas を混合することによって放電を回避する。

- Quench Gas

  光子吸収断面積が大きい Quench Gas を Base Gas と混合して使用する。光子吸収断面積が大きいと光子がそのガス増幅の行われている領域の外まで出ないうちに吸収されるように調整することができる。その結果、放電が起こりにくくなる。Quench Gas には主に 4 個以上の原子を含む多原子分子が用いられる。なぜなら多原子分子は回転や振動等の非放射性の励起状態を多数持つので、幅広いエネルギーの光子を吸収できるからである。

本研究では、クーロン多重散乱による角度偏向を小さくするため (§1.5.2 参照) に Base Gas として He を試みた。Quench Gas としては CH_4 と C_2H_6 を試みた。

He はこれまで良く使われてきた Ar(最小電離粒子に対する総離電子数 : 99.6 cm^{-1}) や Ne(39.9 cm^{-1}) にくらべると、電離させられるイオンの数が少ない (7.6 cm^{-1})。よって得られるシグナルが小さいので検出効率

を 100 % にするために必要な印加電圧が高くなる。そのために放電が起こりやすくなり、Quench Gas の混合比を大きくする必要がある。

また He は Ar に比べて δ-ray (反跳電子) の発生数が少ないので、重イオンの検出に適している。

以上の効果を考えると Quench Gas の比率を大きくすれば高電圧を印加することによって、充分な gain と安定した (放電しない) 動作条件を得られることが期待される。また、 He に比べて $CH_4(59.3\ \mathrm{cm}^{-1})$ や C_2H_6 (~ $150\ \mathrm{cm}^{-1}$) は 電離電子数が多い。よって、Quench Gas の比率を大きくすると電離させられるイオンの数が増え、シグナルを大きくする効果がある。しかしガス増幅率は小さくなるので両方の効果が打ち消す方向に働き、一概にシグナルが大きくなるとは限らない。よって使用する混合ガスごとに検出効率に関する印加電圧の最適化が必要となる。

1.5.2 ガス混合比とクーロン多重散乱

焦点面位置検出器として用いるためには、角度分解能を低下させるクーロン多重散乱の効果も考えなければならない。クーロン多重散乱による角度偏向の分布は、

$$\theta_0 \;=\; \frac{13.6\ [\mathrm{MeV}]}{\beta cp} Z\sqrt{L/L_r}\,\{1+0.038\ln(L/L_r)\}\,, \tag{7}$$

で表される [13]。ここで β は入射荷電粒子の速さを光速で割ったもの、c は光速、p[MeV/c] は入射荷電粒子の運動量、Z は入射荷電粒子の電荷、L は入射荷電粒子が通過する物質の厚さ、L_r はその物質の放射長である。[図 8] にはクーロン多重散乱による偏向角を記述するのに使われる、θ_0[rad] と Ψ[rad] の定義を図示した。Ψ は物質の通過位置を結んだ線分が入射方向となす角、θ_0 は通過後の粒子の進行方向と入射方向とのなす角である。どちらも、Gaussian を特徴づける標準偏差で、平面上で定義される。これらの間には次の関係がある。

$$\Psi \;=\; \frac{\theta_0}{\sqrt{3}}. \tag{8}$$

混合ガスの場合には [Appendix C] の式 (68) の逆数をとって混合ガスの放射長を求めることができる。

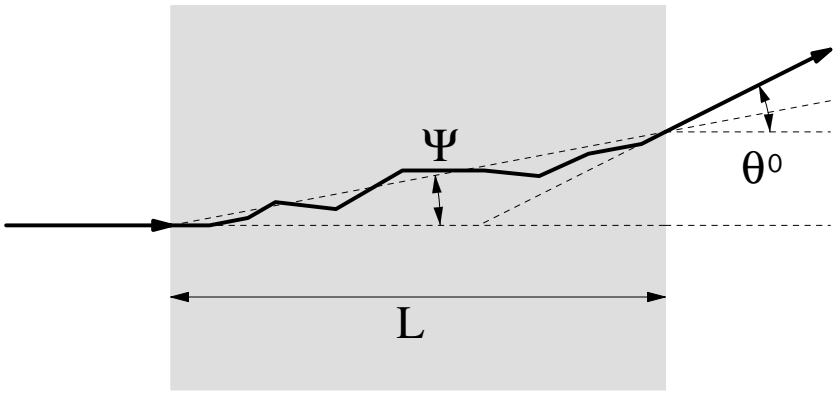


図 8: クーロン多重散乱の記述に使われる量の定義
荷電粒子は左から入射し、灰色で示される物質を通過する。通過に際し、物質内でうけるクーロン相互作用により偏向され分布を持つ。

$$\begin{aligned}\frac{1}{L_{rGtot}/\rho_{rGtot}} &= \frac{\mathcal{L}_{Gtot}}{L}, \\ &= \frac{\rho_{He0}pr_{He}}{L_{rHe}} + \frac{\rho_{CH_40}pr_{CH_4}}{L_{rCH_4}} + \frac{\rho_{C_2H_60}pr_{C_2H_6}}{L_{rC_2H_6}}. \end{aligned} \tag{68}$$

ここで、この式の値は混合ガスの放射長で、単位は $[\mathrm{cm}^{-1}]$ である。$\mathcal{L}_{Gtot}$ は式 (7) 中の L/L_r である。$L_{rGtot}[\mathrm{g/cm}^2]$、$\rho_{rGtot}[\mathrm{g/cm}^3]$、$L[\mathrm{cm}]$、$p[\mathrm{atm}]$、はそれぞれ混合ガスの放射長、密度、厚さ、圧力である。$L_{rHe}[\mathrm{g/cm}^2]$、$p\rho_{He0}[\mathrm{g/cm}^3]$、$r_{He}$、はそれぞれ He Gas の放射長、標準状態での密度、分圧である。CH_4、C_2H_6 Gas も同様の表記である。

今回のように Base Gas として He を選んだ場合、前述のように Quench Gas の比率を大きくするとクーロン多重散乱の効果が大きくなる。これは He の放射長が Quench Gas のそれより長いためである [表 3]。同様に、CH_4 の放射長は C_2H_6 のそれよりも長い。よって $He + CH_4$ の使用はクーロン多重散乱の効果が小さく、良い角度分解能を期待することができる。放射長のガス混合比依存性を [図 9] に示す。

1.5.3 Diffusion の位置分解能への影響

Diffusion の効果は位置分解能に影響を与える。
電場の無い場合、時間 $t = 0$ に点 $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ に局在していた電

材質	放射長 [g/cm^2]	密度 [g/cm^3]
W	6.76	19.3
Al	24.01	2.70
mylar	39.95	1.39
polyethylene	44.80	0.92
He	94.32	0.0001785
Ar	19.55	0.0017836
C_2H_6	45.47	0.0013416
CH_4	46.22	0.0007170

表 1: 材質と放射長・密度

気体の密度は標準状態 (20°C, 1 atm) でのもの。He は Ar より長い。ガス以外の、ドリフトチェンバーの構成材料も多重散乱に影響を及ぼす。

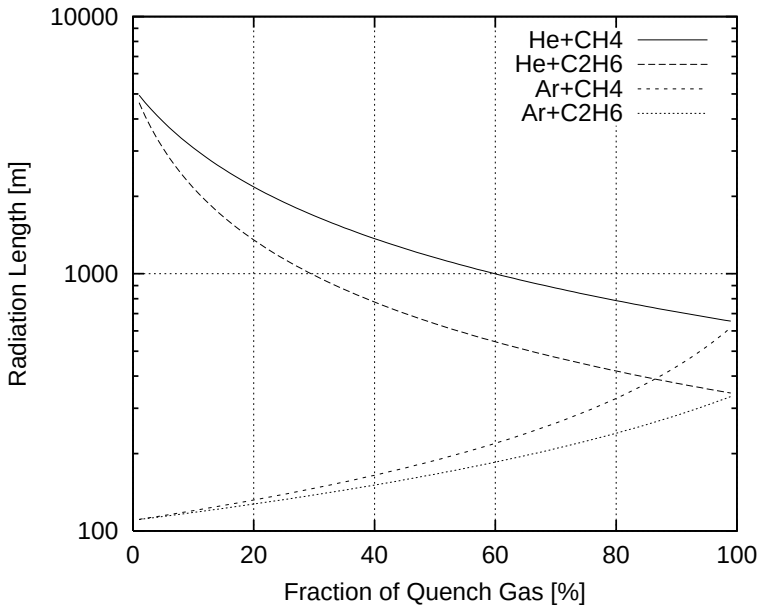


図 9: 放射長のガス混合比依存性

Quench Gas の比率と放射長 [m] の相関。20°C, 1 atm 。He + CH_4 は放射長が長いので、多重散乱を小さくできる。

荷分布は多重衝突により周辺領域に拡散し、原点を中心として正規分布を形作る。このとき Diffusion coefficient D は ある時間 t において密度分布を有る特定の空間座標 x によって微分した場合の式、

$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp(-\frac{x^2}{4Dt})dx, \tag{9}$$

によって定義される。

また電場が存在する場合、 Diffusion coefficient は等方ではない。上記の D は電場と垂直な方向については同じく適用可能だが、電場に平行な拡散に関する係数 D_L は一般に D と等しくない。電場の存在下では位置分解能に影響を及ぼすのは D_L である。ドリフト時間 t が長くなるにしたがって (ドリフト距離が長くなるに従って)、ドリフト電子の拡散は大きくなる [式 (9)]。

garfield-7 による計算を [図 10] に示す。いずれのガス比でも Quench Gas として CH_4 を使用する方が C_2H_6 よりも Diffusion が大きい。つまり同じガス比での位置分解能は C_2H_6 の方がが良いと予想される。また、He Gas の比率が大きくなると、それにつれて Diffusion が大きくなり、位置分解能も悪くなる。

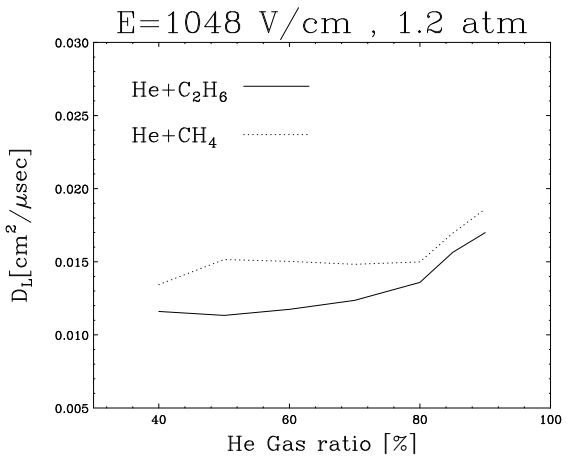


図 10: Longitudinal Diffusion coefficient

He Gas の比率 [%] と Longitudinal Diffusion coefficient[$cm^2/\mu sec$] の相関。気圧 1.2 atm、 電場 1048 V/cm のもとで計算した 。どの比率においても CH_4 のほうが C_2H_6 よりも Diffusion が大きい。garfield-7 を使用した。

1.5.4　ドリフト速度と E/p

ドリフト速度 u は 素電荷 e 、電場 E 、電子の質量 m_e 、ガス中での平均自由行程 τ によって、

$$u = \frac{eE}{m_e}\tau, \tag{10}$$

で表される量である。τ はドリフト速度に依存する。

[図 11] は、ドリフト速度の He Gas の比率に対する依存性の計算結果である。。これは、He Gas の比率が大きくなると、ドリフト速度が小さくなることを示している。

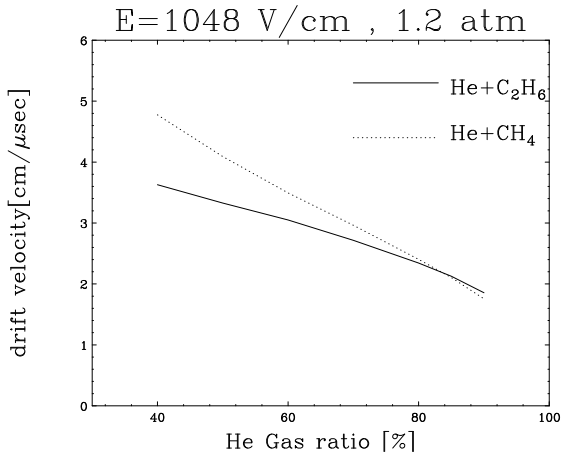


図 11: ドリフト速度とガスの混合

He Gas の比率 [%] とドリフト速度 [cm/μsec] の相関。1.2 atm、 1048 V/cm のもとで計算した。 garfield-7 で計算した。

またドリフト速度のガス圧、電場に対する依存性を [図 12][図 13] に示す。実験では 1.2 ± 0.1 atm で使用した。

1.5.5　まとめ

実験では Base Gas として He 、Quench Gas として CH_4 と C_2H_6 を試みた。また圧力は 1.2 ± 0.1 atm で使用した。

ガスの混合比に関しては、 Quench Gas の比率を大きくすると、

- ◎ 放電が起こりにくくなり、充分な高電圧を印加することができる、

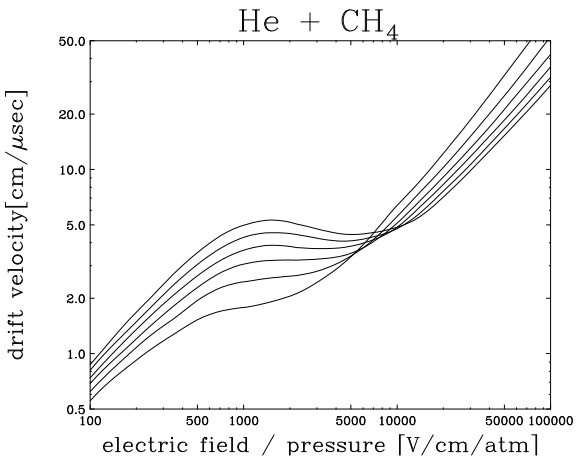


図 12: ドリフト速度 の E/p 依存性 (He + CH_4)

ドリフト速度と E/p[V/cm/atm] の相関。1000 V/cm 近傍で、ドリフト速度の大きい線からドリフト速度の小さい線に向かって、He:CH_4 = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 9:1 である。garfield-7 を使用した。

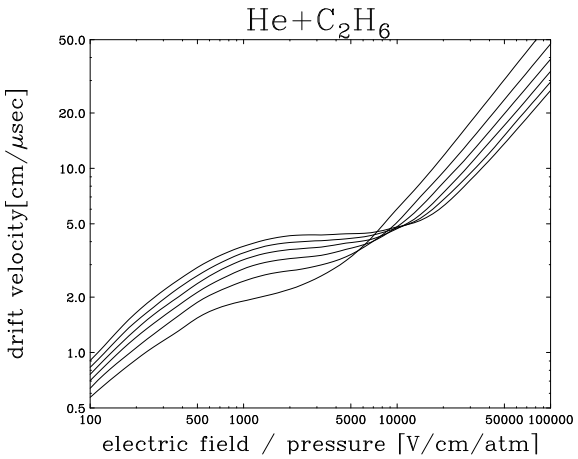


図 13: ドリフト速度 の E/p 依存性 (He + C_2H_6)

横軸に電場/圧力 [V/cm/atm]、縦軸にドリフト速度を取っている。1000 V/cm 近傍で、ドリフト速度の大きい線からドリフト速度の小さい線に向かって、He:C_2H_6 = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 9:1 である。garfield-7 を使用した。

- 一次電離による種の数が増え、低い動作電圧で大きな検出効率を得ることができる、
- Diffusion が小さくなり、位置分解能がよくなる 、
- ドリフト速度が大きくなり、高計数の実験に有利である、

という長所と

- クーロン多重散乱の効果が大きくなり角度分解能が悪くなる、

という短所が予想される。

よって、Quench Gas の比率は単に大きくすれば (小さくすれば) よいという問題ではなく、用途によって最適化する必要がある。

また Quench Gas の 種類については、同じ混合比で比較すると以下のように予想できる。

CH_4 は、C_2H_6 に比べて、

- クーロン多重散乱の効果が小さいので、角度分解能がよくなる、
- 価格が安い、
- ドリフト速度が速くなる、

という長所、

- Diffusion の効果が大きいので位置分解能が悪くなる、
- 分子の運動の自由度が少ないので Quench Gas としての効果が小さく、充分な gain を得られる高電圧を印加することができない可能性がある、

という短所が予想される。

C_2H_6 は、上記の逆である。これもまた、一概にどちらか使用すればよいわけではなく、用途によって最適化が必要である。

これらの予想を基に、ガス特性の動作特性への影響を定量的に知るために実験を行った。Quench Gas の種類・混合比を変化させて、最適な動作電圧のもとで位置分解能の測定を行った。

2　実験

実験にはプロトタイプ 六角セル型ドリフトチェンバーを用いた。変化させる量は、Quench Gas の種類、ガス混合比、印加電圧である。それらに対し求める量は、検出効率、位置分解能、ドリフト時間である。

混合ガスは、
$\mathrm{He}:\ \mathrm{C_2H_6}$ = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 8.5:1.5, 9:1,
$\mathrm{He}:\ \mathrm{CH_4}$ = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 9:1,
を使用した。

$^{90}\mathrm{Sr}$ からの β 線で V_f に関する検出効率曲線 を調べた。そして、検出効率が飽和している V_f の数点 (3 ~ 4 点) で宇宙線を用いて、位置分解能を測定した。

検出効率の統計誤差は 2 項分布 $B(n,p)$ の分散 σ^2 によって決まり、

$$\sigma^2 \ = \ np(1-p), \tag{11}$$

統計誤差は

$$\frac{\sigma^2}{n} \ = \ \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, \tag{12}$$

で見積もられる。

よって検出効率の測定はもっとも統計誤差の大きくなる検出効率 50 % の点で、 0.5 % 以下 (5000 events に対して 25 events 以下) におさえるため、10000 events 以上行った。位置分解能の測定は各点 5000 event 以上 (26 時間以上) 行った。

また、β 線は宇宙線に比べて質量が小さいので、クーロン多重散乱の効果が大きい ($m_e = 0.511\ \mathrm{MeV}/c^2$, $m_\mu = 105.658\ \mathrm{MeV}/c^2$)。そのためドリフトチェンバー本来の位置分解能を測定するのには適さない。それに比べて宇宙線はクーロン多重散乱の効果が小さいので位置分解能の測定に適する。よって位置分解能の測定には宇宙線を使用した。

2.1　プロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバーの構造

測定に用いた六角セル型ドリフトチェンバーの構造を [図 14] に示す。

ワイヤーは、アノード、フィールド、シールドの 3 種類がある。アノードワイヤーはプリアンプを介して 0 V に接地されている。フィールドワ

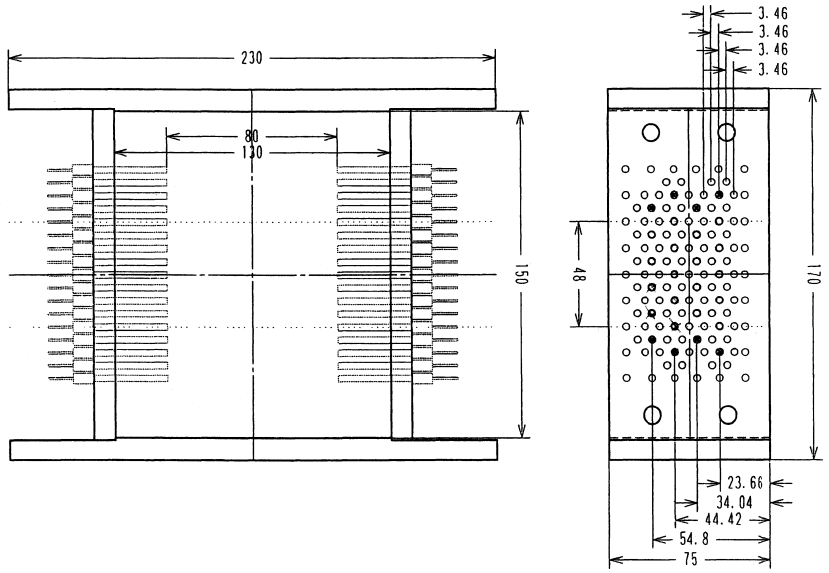


図 14: プロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバーの構造

イヤーは、アノードワイヤーの周りに、電子が適切にドリフトし増幅する電場を形成するように張ってある。フィールドワイヤーには -1200 V ~ -3200 V の負の高電圧を印加する。ドリフトしてきた電子はアノードワイヤーの付近でガス増幅される。読み出していないアノードワイヤーはプリアンプを介さずに 0 V に接地している。六角セル構造の端での電場の対称性を回復させるために、シールドワイヤーを配置し適切な負の高電圧を印加する。[表 2] にこの ドリフトチェンバーの Secification を示す。

	材質	大きさ	数量
アノードワイヤー	金メッキ タングステン, レニウム	20 μmϕ	26
フィールドワイヤー	金メッキ アルミニウム	80 μmϕ	73
シールドワイヤー	金メッキ アルミニウム	80 μmϕ	26
window	マイラー	50 μm	2

ドリフト距離 : 6mm

読みだすアノードワイヤー : 4+5+4+5=18 本

有感領域 : 48mm × 80mm × 31mm

表 2: プロトタイプドリフトチェンバーの Secification

このドリフトチェンバーの動作には印加電圧に関して二つの自由度がある。フィールドワイヤーに印加する電圧 (V_f)、とシールドワイヤーに印加する電圧 (V_s) である。これらの電圧の決定方法は [§2.4] で述べる。

また、[表 3] にこの ドリフトチェンバーの L/L_r の計算結果をしめす。ドリフトチェンバーの厚さ $L = 7.5$ cm , ガスの圧力 $p = 1.2$ atm , セルの大きさ $C = 1.2$ cm , 1 セル長当たりのアノードワイヤーの本数 $n_W = 4$,1 セル長当たりのフィールドワイヤーとシールドワイヤーの本数 $n_{Al} = 12$, マイラー window の厚さ $d_{Win} = 50(5)$ μm $= 50(5)$ $\times 10^{-4}$ cm , He Gas の混合比 $r_{He} = 0.4$, CH_4 Gas の混合比 $r_{CH_4} = 0.6$, C_2H_6 Gas の混合比 $r_{C_2H_6} = 0.6$, として計算した。Window はプロトタイプでは 50 μm の厚さだが、約 1/10 に薄くすることができる。放射長・密度については [表 3] を参照。表記、計算式については [Appendix C] を参照。

対象	L/L_r [$\times 10^4$]
W	0.298978
Al	0.565251
Win(50μm)	1.73967
Win(5μm)	0.173967
Gas(He:C_2H_6)	1.66141
Gas(He:CH_4)	0.905819
DC 全体 (Window が 5μm のとき、Gas 以外の部分)	1.038196

表 3: プロトタイプドリフトチェンバーの L/L_r

この Configuration ではワイヤー、ウィンドウなどによるガス以外の物質の寄与とガスの寄与が同程度である。よってガス比率の最適化により位置、角度分解能が少なからず影響をうけることが予想される。よって実験的な研究をすることが重要な意味をもつ。

2.2 セットアップ と 測定系

本論文で用いた六角セル型ドリフトチェンバーとそのセットアップを [図 15] にしめす。

通過粒子を良く弁別するため、プラスチックシンチレータでドリフトチェンバーの上下を挟んで、コインシデンスをとり、トリガーとした [図

装置・セットアップ

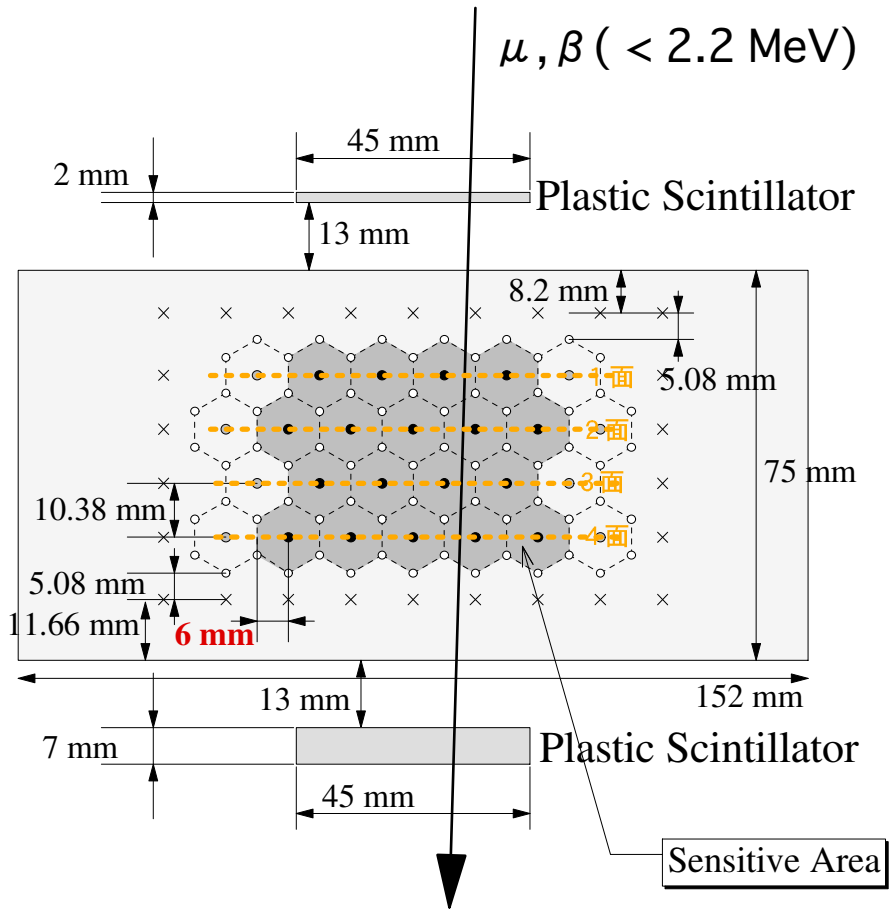


図 15: プロトタイプ六角セル型ドリフトチェンバーとセットアップ

15]。PMT(Photomultiplier Tube 光電子増倍管) に印加する電圧はオシロスコープでシグナルを見ながら、 最小電離粒子をディスクミネータの閾値で切らないように、印加電圧を決定した。[図 16][図 17]

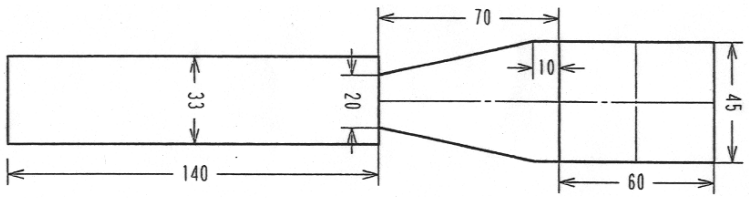


図 16: 使用したシンチレータと PMT の大きさ (PMT:R1398)

ドリフトチェンバーからのシグナルは、まずプリアンプ (REPIC RPV-042) で増幅し、変換カードを通したあと、アンプディスクリカード LRS2735DC で Logic 信号 (ECL) にし、マルチヒット TDC LRS3377 でトリガーとの時間差を測定した。LRS3377 の読み出しは CAMAC readout で使用した。Full scale は 1024 ns (1 ns/ch) 、マルチヒットは最大の 16 hit までとる設定にした。測定回路図を [図 17] に示す。

2.3 ガスの混合

混合ガスは、
He : C_2H_6 = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 8.5:1.5, 9:1,
He : CH_4 = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 9:1,
を使用した。

ガスは、ガスボンベに減圧弁を取り付けて圧力を 1.2 atm に 調節し、マスフローコントローラ (MFC) (SEC-6440) [Appendix D] で流量を調節した。流量を調節することによって混合比を調節した。その後、混合してドリフトチェンバーに流し、出てきたガスはガスパイプを通してバブラーを通して大気中に排出した。

ガスは、交換時には合計 10 cc/min で 12 時間以上流して交換し、測定時には合計 5 cc/min 流して測定した。交換時の流量 10 cc/min で 12 時間 は 容積 731.25 cc を 9 回以上置換したことになり、置換率は 99.99 % 以上になる [Appendix F]。これは充分な置換率である。流量の設定は [表 4] に載せた。

測定回路

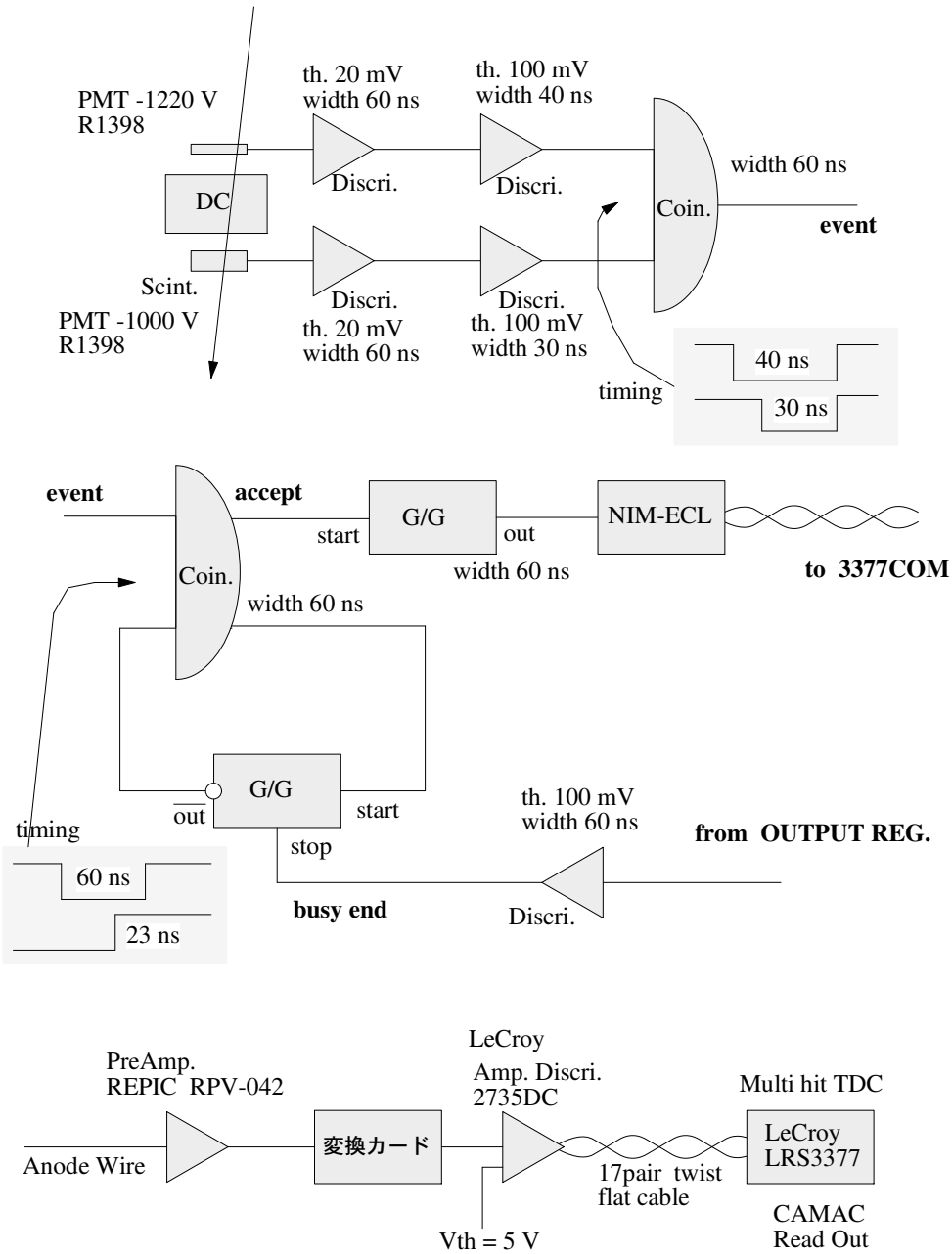


図 17: 測定回路図

	全体の流量: 10 cc/min		全体の流量: 5 cc/min	
He:C_2H_6	He の設定	C_2H_6 の設定	He の設定	C_2H_6 の設定
4:6	4.1	17.4	2.3	9.2
5:5	5.1	14.6	2.7	7.8
6:4	6.0	11.9	3.2	6.4
7:3	7.0	9.2	3.7	5.1
8:2	7.9	6.4	4.1	3.7
8.5:1.5	8.4	5.1	———	
9:1	8.9	3.7	4.6	2.4

	全体の流量: 10 cc/min		全体の流量: 5 cc/min	
He:CH_4	He の設定	CH_4 の設定	He の設定	CH_4 の設定
4:6	4.1	11.5	2.3	6.2
5:5	5.1	9.7	2.7	5.3
6:4	6.0	7.9	3.2	4.3
7:3	7.0	6.2	3.7	3.4
8:2	7.9	4.3	4.1	2.5
9:1	8.9	2.5	4.6	1.6

表 4: 混合比と流量の設定

単位は cc/min。表中の数字は MFC の設定値。He:C_2H_6=8.5:1.5 では測定中も流量 10 cc/min で使用した。

また周囲の温度は Air Conditioner で、18.6 ~ 22.7 °C に保った。周囲の湿度は 30 ~ 51 % であった。

2.4 フィールドワイヤー と シールドワイヤー への印加電圧の最適比

[§2.1] でも述べたように、アノードワイヤーとフィールドワイヤーによる六角セル構造は、シールドワイヤーで囲んで適切な負の高電圧を印加しないと、端で電場の対称性が悪い。そして検出効率も端の面と中の面で変わってしまう。

そうならないようにするためにシールドワイヤーに電圧を印加した。そして最適な V_f (フィールドワイヤーへの印加電圧) と V_s (シールドワイヤーへの印加電圧) の比を求めた。

六角セル構造を 4 つの面としてとらえた。荷電粒子の入射方向から 1, 2, 3, 4 面と名付けた。 [図 21] $He:C_2H_6$=4:6 の混合ガスを用いて、電場の対称性の悪い外側の 1・4 面の検出効率を、電場の対称性のよい内側の 2・3 面 の検出効率と同じにするような比率 $r = V_s/V_f$ を求めることによって最適比を求めた。トリガーの数に対する検出した数の比率を検出効率とした。

具体的には、まず、V_s を最小 (100 V) に固定しておいて、V_f を変化させて各面ごとに検出効率曲線を求めた。ここで 2・3 面の検出効率が 50 % になる V_f を V_{f50} とした [図 18]。検出効率曲線は自然スプラインで補間した。

次に、V_{f50} に固定して、V_s を変化させて検出効率を求めた [図 19]。V_s の変化に対して、 2・3 面の検出効率はほとんど依存しないが、 1・4 面の検出効率は大きく依存することがわかる。検出効率曲線を $1200 \leq V_s \leq 1600$ V で直線近似した。

1 面と 2 面 の直線の交点、3 面と 4 面の直線の交点を求め、それらの中点を V_{s50} とした。この V_{s50} と V_{f50} の比を r とした。

$V_{s50} = 1401.835$ V 、V_{f50}= 2042 V 、$r = 0.6865$ になった。

そして、比率 r を固定して印加電圧を変化させて検出効率曲線を求めた [図 20]。面ごとの検出効率がそろっているのがわかる。

以下、他のガス混合比や CH_4 を Quench Gas として用いた場合にも、この比率 r を用いた。そのたびに 4 面の検出効率が揃っていることを確認した。

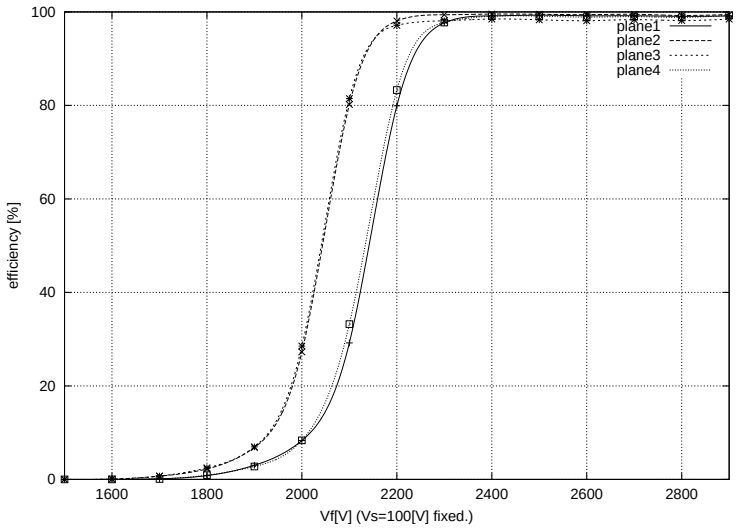


図 18: V_f に関する 検出効率曲線 ($V_s = 100$ V 固定)

V_f [V] と検出効率 [%] の相関。1, 2, 3, 4 面についてそれぞれデータをプロットし自然スプライン補間をした。

2.5 入射粒子の位置と角度の解析方法 (分解能の決定方法)

まず最も簡単な golden event [図 21] を例にとって、解析方法を示す。golden event とは 4 面それぞれに関して 1 つだけのセルが 1 つの時間情報をもたらしている場合と定義した。例として、He:C_2H_6 = 4:6、V_f = 2550 V の宇宙線でのデータの解析を取り上げる。

1. 到達時間スペクトルから位置情報への変換表 (STC) の作成 (第 0 近似)

   第 0 近似では到達時間スペクトルの積分が最初の STC(Space to Time Conversion) table の形となる。第 0 近似では、どの位置にも均等に平行に荷電粒子が照射されていることと、同じ STC をつかうセルのドリフト速度の位置依存性が同じであることの 2 つを仮定する。[Appendix A][図 22]

2. 最小 2 乗法による 軌跡の決定 (tracking)

   1. の変換表を用いると、それぞれのアノードワイヤーに関して、電離が起こった場所の候補が左右対称に 2 点存在する。この場合、あり得る位置の組み合わせは 2^4 通りある。それぞれの組みの 4 点に

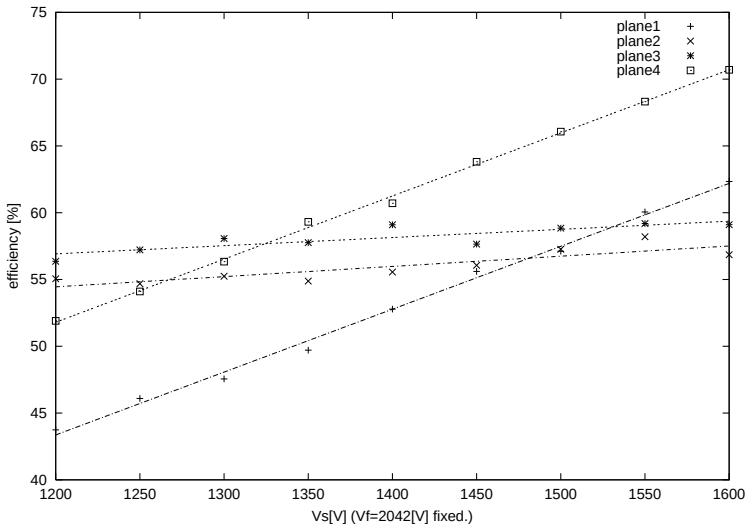


図 19: V_s に関する 検出効率曲線 ($V_f = V_{f50}$ 固定)

V_s [V] と検出効率 [%] の相関。1, 2, 3, 4 面についてデータをプロットしそれぞれ最小 2 乗法で直線近似した。He:C_2H_6=4:6。1, 2 面の検出効率が等しくなる電圧は 1481.23 V。 3, 4 面の検出効率が等しくなる電圧は 1324.44 V。そのセンターは 1401.835 V。よって $r = 1401.835/2042 = 0.6865$。

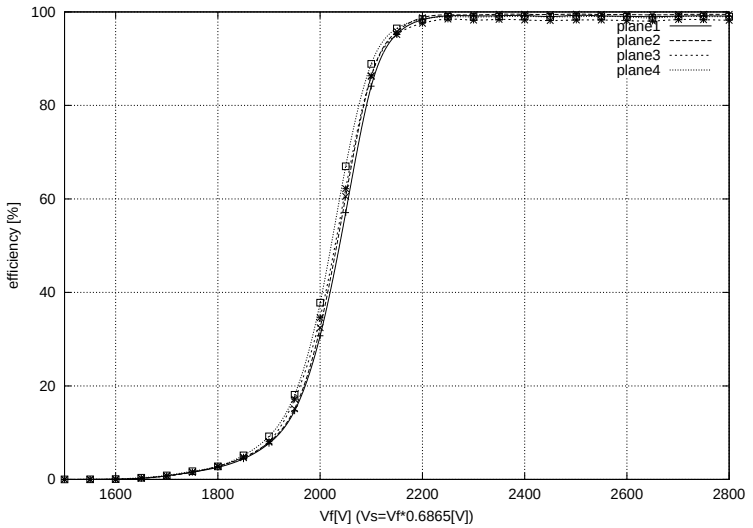


図 20: V_f に関する検出効率曲線 ($V_s = 0.6865 \times V_f$)
V_f [V] と 検出効率 [%] の相関。1, 2, 3, 4 面に
ついてデータをプロットしそれぞれ自然スプライン補間をした。

最小 2 乗法で直線 fitting し、χ^2 が最も小さくなるような 4 点が電離が起こった場所だと判断する。[図 21]

3. 残差分布による STC の補正

軌跡が 2. で決定されたら、残差の、 hit した位置への依存性を無くすように STC を補正する。残差とは、2. で決定された位置 を x、軌跡の決定に最終的に使われた組合せの位置を x' としたとき、$dx = x' - x$ のことである。[図 25] は 1 面と 4 面に関する残差分布である。どの位置でもその濃い部分 dx=0 なら STC は正しく時間と位置を変換していることになる。この場合はセル (6mm) の右端 (左端) 付近で残差が負 (正) に偏っている。したがって、本来あるべき位置よりアノードワイヤーに近い位置に時間情報を変換してしまっていることになる。
よって、この残差分布の濃いところを適当な関数 (今回は 3 ~ 5 項のフーリエ級数) で fitting して $dx(x(t))$ という関数を作り、$t \to x$ だった STC 変換表を $t \to x(t) - dx(x(t))$ に補正して次の STC とする。[図 23]

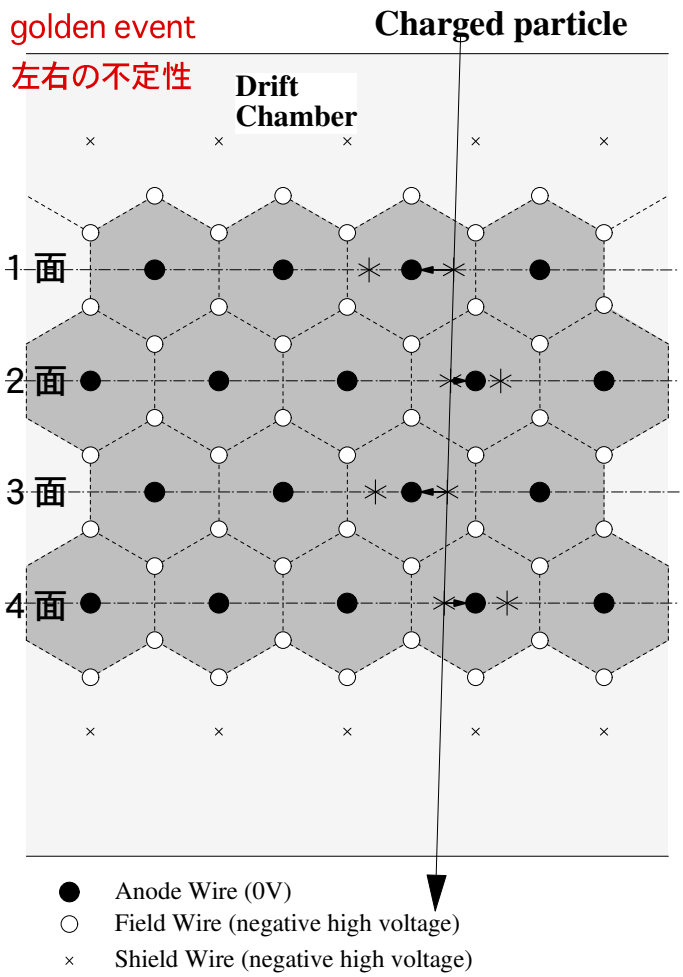


図 21: 面番号、golden event と 左右の不定性

golden event とは 4 面それぞれに関して 1 つだけのセルが 1 つの時間情報をもつ場合 (4 面 全てが Multiplicity 1 の場合) と定義する。

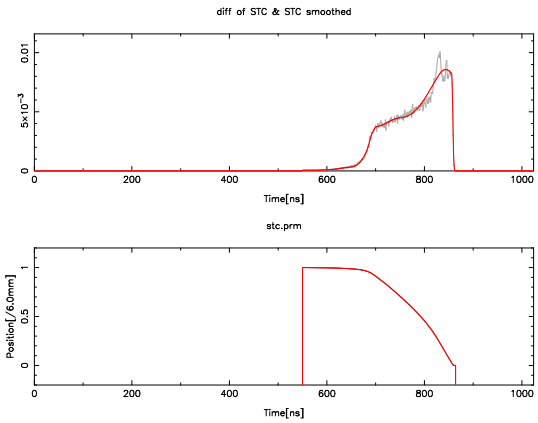


図 22: 到達時間スペクトルからの 第 0 近似 STC の作成

全セルに関する到達時間スペクトルの総和から 第 0 近似 STC table を作成する。横軸の単位は ns 。[上図] には TDC スペクトルと第 0 近似 STC table の差分 (滑らかな線) をスケールをそろえて示した。[下図] には 第 0 近似 STC table が示してある。縦軸は位置でドリフト距離 6mm に規格化してある。

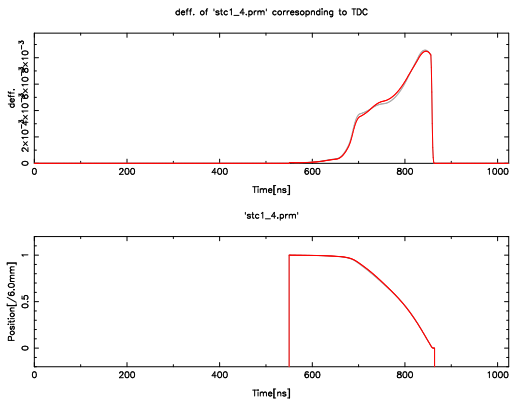


図 23: STC の補正

[図 25] で fitting した dx(x(t)) をもとに補正する (1, 4 面の場合の例)。横軸の単位は ns 。[上図] には補正前の STC table の差分 (薄い線) と補正後の STC table の差分 (濃い線) を示した。[下図] には補正前の STC table (薄い線) と補正後の STC table (濃い線) を示した。縦軸は位置でドリフト距離 6mm に規格化してある。

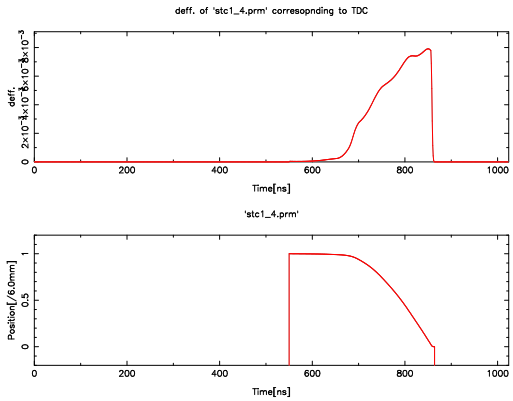


図 24: 収束後の STC table

充分収束したあとの STC table(1, 4 面の場合)。横軸の単位は ns 。[上図] には STC table の差分を示した。[下図] には STC table を示した。縦軸は位置でドリフト距離 6mm に規格化してある。[図 22] と比較すると補正の様子が分かる。

外側の面 (1,4 面) と内側の面 (2, 3 面) の 2 種類の STC table を使った。これは、外側の面と内側の面で電場が違うため、到達時間と位置の関係が異なるためである。(これを無くすためにシールドワイヤーに電圧を印加しているのだが、完全に一致させることができなかったために 2 種類の STC table を使った。)

4. 繰り返し

残差分布が $dx = 0$ と充分に一致するまで 2. と 3. を繰り返す。通常は 10 回繰り返すと収束する。

充分収束した STC table を用いた時の残差分布を [図 26][図 24] にしめす。

5. 位置分解能の導出

トラッキングで得られた直線ともとのデータとの fitting の良さを表す χ^2 を用いて位置分解能を導出した。 χ^2 は次のように定義される。

$$\chi^2 = \sum \left\{ \frac{1}{\sigma_i^2} [y_i - y(x_i)] \right\}. \tag{13}$$

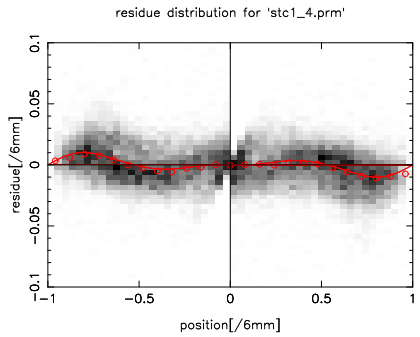


図 25: 第 0 近似で求めた残差分布

横軸はセル内の位置、縦軸は残差を示している。単位は [/6mm] で、半セル (6mm) に規格化してある。 1 面と 4 面に関する残差分布を 1 つの 2 次元ヒストグラムに fill したものを示した。軌跡の決定には第 0 近似の STC を用いた。

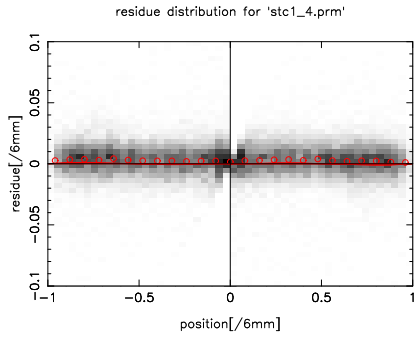


図 26: 収束後の残差分布

縦軸は残差 dx 、横軸は位置を示している。単位は [/6mm] で、ドリフト距離 (6mm) に規格化してある。 1 面と 4 面に関する残差分布を 1 つの 2 次元ヒストグラムに fill したものをしめした。軌跡の決定には最終的に決まった STC を用いた。

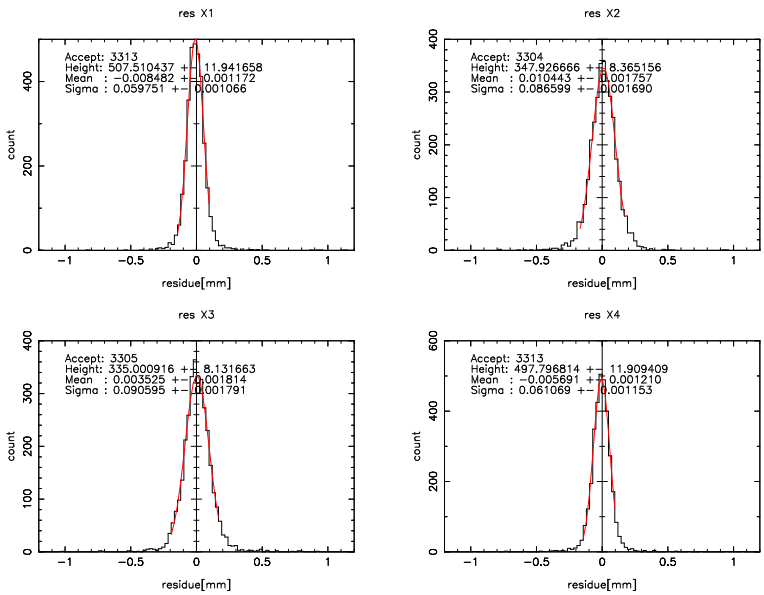


図 27: 各面での残差分布

残差分布を Gaussian で fitting したときの σ

X1: 0.059751[mm], X2: 0.086599[mm], X3: 0.090595[mm], X4: 0.061069[mm]

σ に appendix B.2 の factor をかけたもの。(面ごとの位置分解能に相当する量。)

X1: 0.109090[mm], X2: 0.103506[mm], X3: 0.108282[mm], X4: 0.111497[mm]

また、自由度 ndf の reduced χ^2 は

$$\chi^2_{\rm ndf} = \frac{\chi^2}{\rm ndf}, \tag{14}$$

と定義される。

4 面の位置決定の誤差が入射位置および入射角度に依存せず、Gauss 分布をしていると仮定すると、$\sigma_i = \sigma$ となる。この場合、4 点を直線 ($y = a + bx$: パラメータ 2 個) で fitting するので自由度 ndf は 4-2=2 である。
自由度 ndf=2 の χ^2 分布 $f_2(\chi^2)$ は、

$$f_2(\chi^2) = \frac{1}{2\Gamma(1)} \exp(-\frac{\chi^2}{2}), \tag{15}$$

$$= \frac{1}{2\Gamma(1)} \exp(-\frac{1}{\sigma^2}\sigma^2\chi^2_2), \tag{16}$$

$$\tag{17}$$

で表される。
ここで、$\sigma^2\chi^2_2$ は残差 2 乗和の事なので、横軸に $\sigma^2\chi^2_2$ をとった 1 次元ヒストグラムの傾きは位置分解能 σ の 2 乗の逆数に相当することが分かる。

この関係を用いて、位置分解能を決定した。exponential function の傾き $b = 1/\sigma^2$ から求まる σ の値を位置分解能とした。 [図 28]
誤差はその fitting の誤差から求めた。誤差の伝搬は以下の通り。

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{1}{2}\frac{\Delta b}{b}. \tag{18}$$

以上 1. ~ 5. は一番単純な golden event で解析方法を示したが、今回の解析では、

- マルチヒットに対応した TDC を用いている。[§2.2]
- 到達時間スペクトルの中には セルの端に対応する部分 (時間的に遅い部分) に tail を引くものがある。

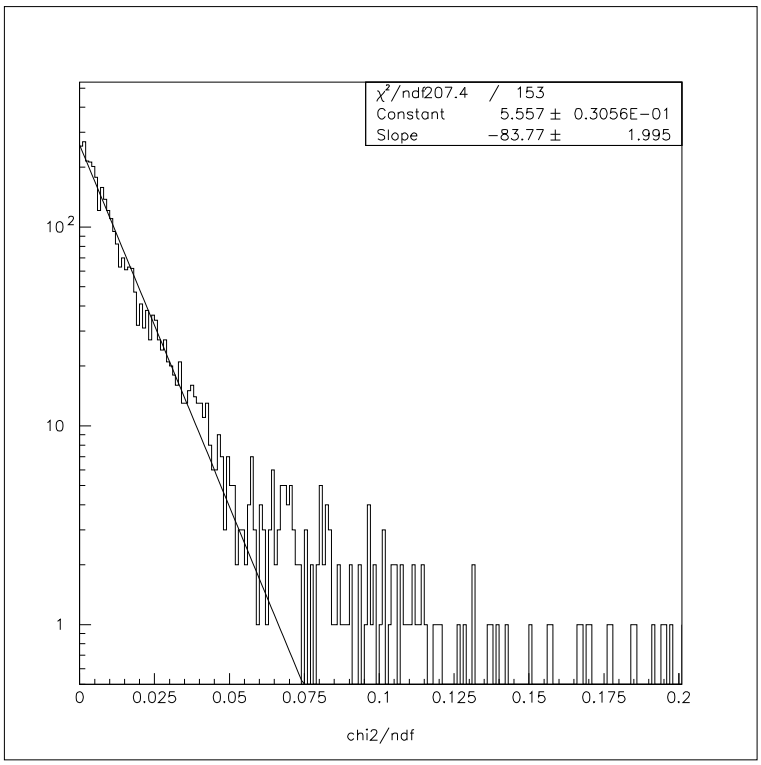


図 28: 位置分解能の決定。残差 2 乗和

傾きは 83.77 ± 1.995 [/mm^2] なので、位置分解能は σ=$1/\sqrt{83.77} = 109 \pm 3$ μm と決定。

- ◎ 到達時間スペクトルをそのまま積分して STC をつくると補正後の STC の微分 (ドリフト速度に比例するもの) も滑らかにならない。もともとの統計誤差がそのまま保存される。

といったことに対応するため、上述の解析方法に細かい付け加えを行った。

マルチヒットに対応した TDC を用いたため、シングルヒットの TDC にくらべて詳しい解析を行うことができる。しかし今回は単純に、各セルに対して時間的に最も早い時間情報 (commom stop なので値としてはもっも大きいもの) のみを採用し、各セルに関して解析に使う時間情報が 1 つになるようにした。

到達時間スペクトルを積分して STC をつくるとき、ます、セルの端に対応する部分 (時間的に遅い部分) に tail がある場合はその範囲にある時間情報は使用しないことにした。つまり適当な ch までしか積分をしないということである。つぎに、その 1 次的な STC table を 適度に区切って参照点をとり、その点を通るように自然スプライン補間をおこなって最初の STC table とした。このとき 到達時間スペクトル の立上りが急であったならば (~ 10 ch) その範囲の STC table は ただの TDC スペクトルの積分からつくられたものをそのまま参照し、自然スプライン補間の範囲にはいれなかった。こうすると最終的な STC table を 微分しても滑らかな table を作ることができる。セルの端に対応する部分 (時間的に遅い部分) に tail がある場合の第 0 近似 STC の作成例を [図 29] にしめす。

2.6 結果と解析

2.6.1 TDC スペクトルの変化

β 線で得られた TDC スペクトルの Quench Gas、混合比、印加電圧による変化を [appendix G] に示す。

それぞれの動作条件に対して 4 種類の TDC スペクトル を
・白色 : 全ての時間情報、
・灰色 : ワイヤーごとに最も時間的に早いもの (COMMOM STOP なので TDC の値としては最も大きいもの)、
・灰色斜線 : 面ごとに時間的に最も早いもの、
・濃い模様 : golden event、
で示した。

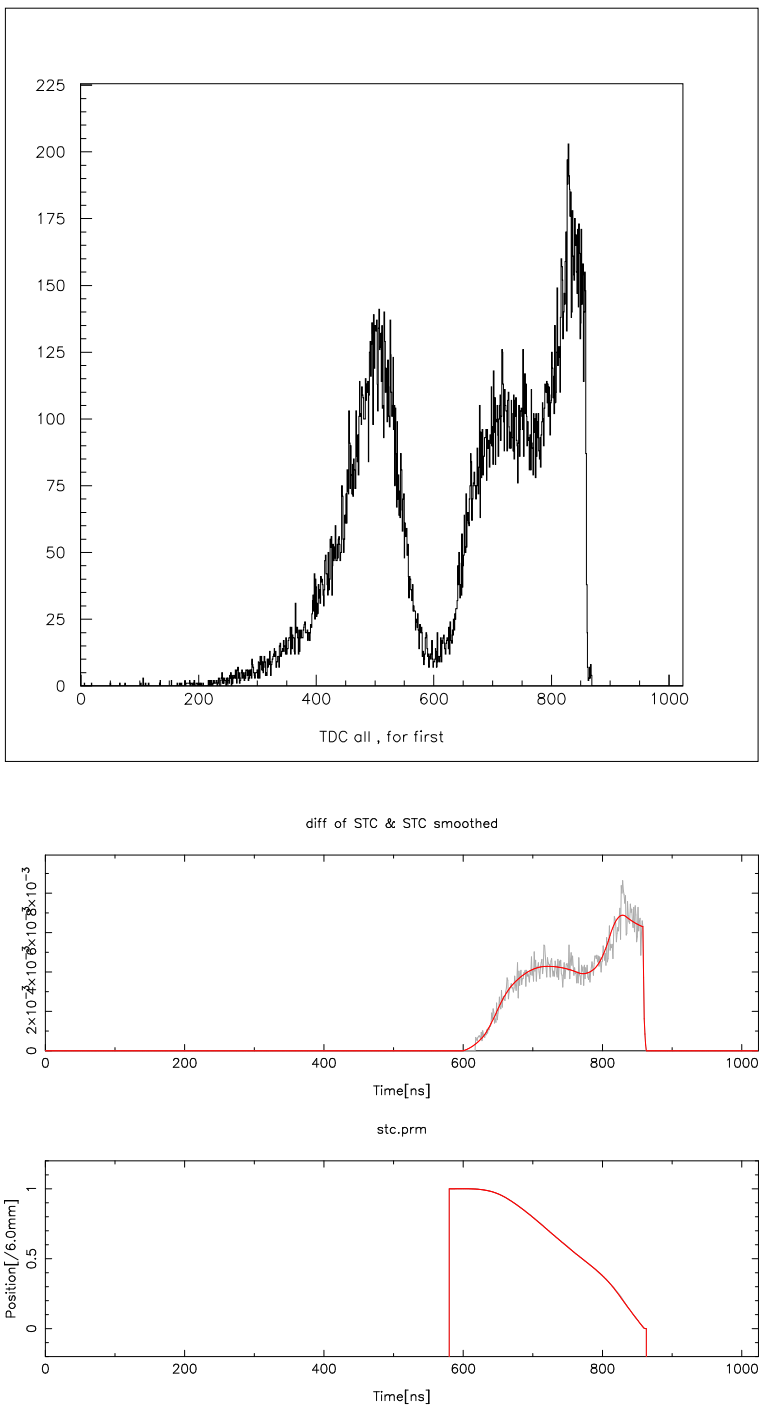


図 29: 到達時間スペクトルからの 第 0 近似 STC の作成 2

セルの端に対応する部分 (時間的に遅い部分) に tail がある場合。$He:CH_4$=7:3、 宇宙線での TDC スペクトル。 $V_f = 2433$ V。

どのガス混合比でも印加電圧を上げて行くと TDC スペクトルの立ち上がりが急になっていく現象が見られる。立ち上がりは検出効率が ~ 100 % になる電圧になってもまだ変化し続けている。例えば、$He:C_2H_6 = 4{:}6$ の場合、$V_f = 2250$ V で検出効率 (4 面の平均) が 98.9 ± 0.1 % に達するが、まだ立ち上がりは変化し続けている。検出効率についての結果は次節を参照。TDC の立ち上がりが緩やかだと位置分解能は悪いと考えられる。

印加電圧を高くして行くと、TDC の裾にこぶがでてくる現象がみられる。こぶの幅は、半セル (6 mm) に相当するドリフト時間と同定度の幅であるという特徴が見られる。こぶは偽物のシグナルであるととらえている。こぶの発生原因はわからなかっが、セルの端の電場が小さい領域でふらふらしている電離電子や、アノードワイヤー付近でのガス増幅時に生ずる紫外光による新たな電離電子などが原因ではないかと考えている。印加電圧をさらに高くしていくとこぶがまた消えて行く現象もみられた。(こぶの印加電圧による変化は $He:CH_4 = 7{:}3$ の場合がわかりやすい。)

各ワイヤーごとのマルチヒットについて、 白色と灰色のスペクトルを比較すると、検出効率が ~ 100 % に至っていないような (実際に使用しない) 低い印加電圧のときと、こぶが出て来るような高い印加電圧のときに顕著な差がみられる。こぶがあるときの白色と灰色の差は、こぶの部分にのみ見られ、本体のスペクトルには大きな差は見られない。よって、実際に使用するような印加電圧のもとで、解析に使用する本体のスペクトルに、各ワイヤーごとのマルチヒットは影響を及ぼさないと考えられる。

灰色と灰色斜線の結果を比較すると、灰色斜線のスペクトルにはこぶがないことがわかる。そのとき本体のスペクトルには、差がほとんどない (灰色斜線の立ち下がりが 10 nsec ほど短いという差はある)。これは、こぶができるのは各面に関して 2 つ以上のセルが時間情報を返してきたときにこぶが発生していることを示している (Multiplicity > 1)。

また、印加電圧とともにこぶが大きくなると、濃い模様のスペクトルが小さくなることがわかる。これは前述のようにこぶが存在するような条件のもとではこぶの発生した面では Multiplicity > 1 となっており、golden event ではなくなっているためである。 さらに印加電圧を高くして行くことによってこぶが消えて行くと Multiplicity $= 1$ のイベントが増え、濃い模様のスペクトルが再び大きくなる現象も見られた。

こぶの発生するような動作条件では、シングルヒットの TDC での計測には適さず、マルチヒット TDC の使用が必要となる。

2.6.2 検出効率の印加電圧依存性

各混合ガス、ガス比で検出効率曲線は以下のようになった [図 30][図 31]。

検出効率が 50 %の点の位置と傾きは検出効率曲線の形と位置を特徴づける量であるため、これに着目する。

各条件で、検出効率が 50 % になる電圧 V_{f50} と、検出効率曲線のその点での傾き S を [表 5] に示す。この値は自然スプライン補間により求めたものである。

He : C_2H_6	V_{f50} [V]	S [%/V]
4 : 6	2030	0.5786
5 : 5	1953	0.5703
6 : 4	1873	0.5614
7 : 3	1791	0.5644
8 : 2	1711	0.5815
8.5 : 1.5	1638	0.6130
9 : 1	1576	0.6851
He :CH_4	V_{f50} [V]	S [%/V]
4 : 6	2257	0.4921
5 : 5	2190	0.4712
6 : 4	2113	0.4890
7 : 3	2023	0.5221
8 : 2	1904	0.5616
9 : 1	1707	0.7301

表 5: 検出効率が 50 % になる電圧 V_{f50} とその電圧での検出効率曲線の傾き S

同じガス比では C_2H_6 のほうが CH_4 よりも低い電圧で検出効率が 50 % になっている。また Multiplicity が 1 の割合が一度上がってから下がり、もう一度あがるという現象がみられた。

He + C_2H_6 でも He + CH_4 でも、Quench Gas の割合が大きくなると、検出効率が 50 % になる電圧が低くなっている。また、He の混合比が多くなると検出効率が 50 % のところでの検出効率曲線の傾きは大きくなる傾向が見られる。

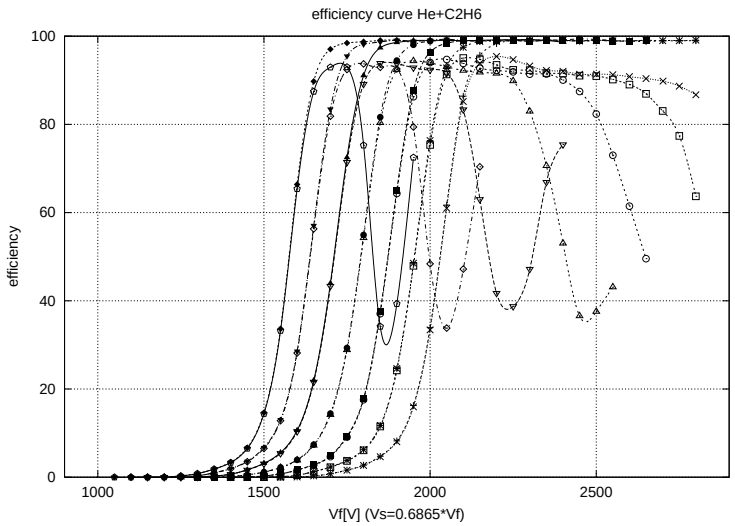


図 30: $He+C_2H_6$: 検出効率の印加電圧依存性

縦軸は検出効率 [%]。横軸は V_f [V]。各ガス比ごとに全体の検出効率 (Multiplicity はいくつでも良い) と、 Multiplicity 1 の検出効率をプロットした。右から順に、$He:C_2H_6$ = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 8.5:1.5, 9:1 である。それぞれ 4 面に関して平均して、自然スプライン補間をして各点をつないである。($V_s = 0.6865 \times V_f$)

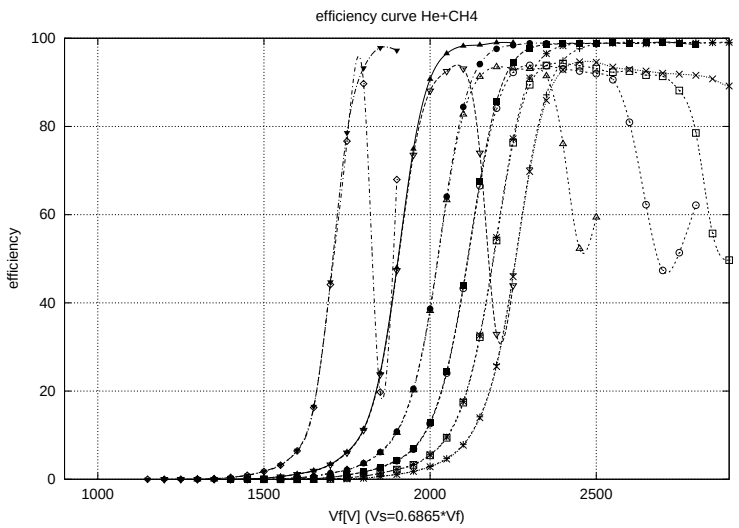


図 31: $He+CH_4$: 検出効率の印加電圧依存性

縦軸は検出効率 [%]。横軸は V_f [V]。各ガス比ごとに全体の検出効率 (Multiplicity はいくつでも良い) と、 Multiplicity 1 の検出効率をプロットした。右から順に、$He:CH_4$ = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 9:1 である。それぞれ 4 面に関して平均して、自然スプライン補間をして各点をつないである。($V_s = 0.6865 \times V_f$)

2.6.3　位置分解能の測定

各混合ガス、ガス比での位置分解能は golden event での解析で、[図 32][図 33] のようになった。それぞれの Quench Gas について 、β 線の場合と宇宙線の場合の両方をプロットした。

全体的に (宇宙線でも β 線でも)、電圧を上げると位置分解能がよくなる傾向がみられる。印加電圧を (上げることができるなら) さらに上げると、また位置分解能が悪くなるという傾向もみられる。

これは、印加電圧を上げていくにしたがって、2735DC でディスクリミネートする直前のパルスの立上りが急になっていき、それにともなって時間決定のばらつきが小さくなっていくので、位置分解能がよくなっていくと考える。あるところまで行くと充分パルスが大きくなって、それ以上パルスの立上りが急にならなくなるので、位置分解能も飽和すると考えられる。

また、同じ条件では宇宙線のほうが β 線よりも良い位置分解能が得られた。これは、μ 粒子の方が電子に比べてクーロン多重散乱の効果が小さいためである。

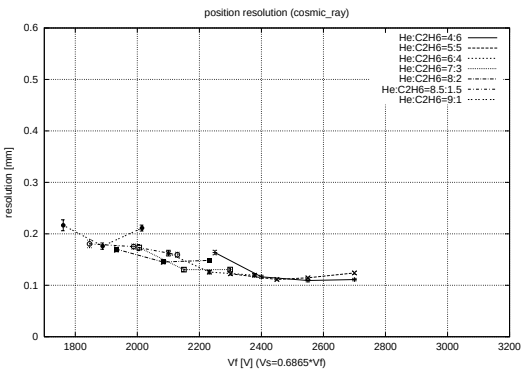


図 32: $\mathrm{He}+\mathrm{C_2H_6}$: 位置分解能 の V_f 依存性。宇宙線での測定結果。横軸は V_f [V]。縦軸は位置分解能 σ[mm]。($V_s = 0.6865 \times V_f$)

2.6.4　ドリフト時間

各混合ガスで、宇宙線を用いて最も位置分解能のよかった電圧において、TDC スペクトル (ワイヤーごとに最も時間的に早い現象を選択した

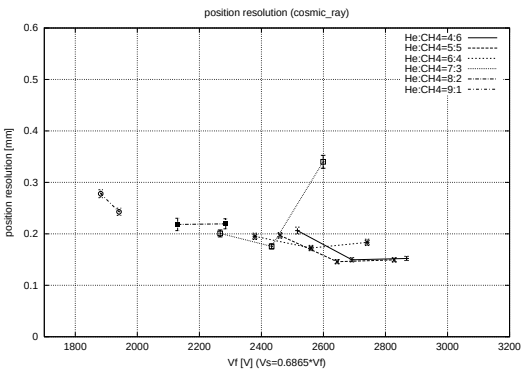


図 33: $\mathrm{He}+\mathrm{CH_4}$: 位置分解能 の V_f 依存性。宇宙線での測定結果。
横軸は V_f [V]。縦軸は位置分解能 σ[mm]。($V_s = 0.6865 \times V_f$)

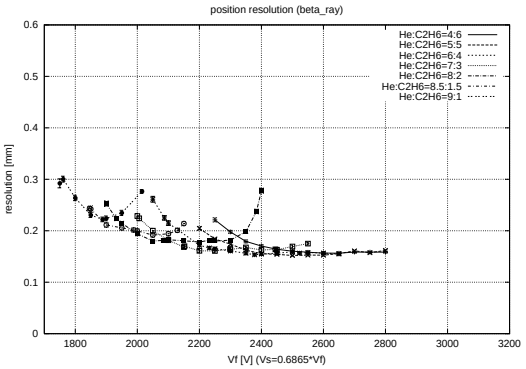


図 34: $\mathrm{He}+\mathrm{C_2H_6}$: 位置分解能 (β 線) の V_f 依存性
横軸は V_f [V]。縦軸は位置分解能 σ[mm]。($V_s = 0.6865 \times V_f$)

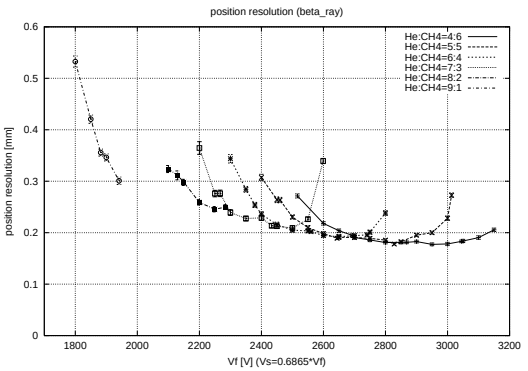


図 35: $\mathrm{He}+\mathrm{CH_4}$: 位置分解能 (β 線) の V_f 依存性
横軸は V_f [V]。縦軸は位置分解能 σ[mm]。($V_s = 0.6868 \times V_f$)

もの) の最大計数の $1/5$ になる channel 間の幅を求めた [図 36]。このときの TDC を巻末に添付した。 計算結果を [図 37] に示す。またその逆数に相当するものにドリフト距離 6 mm を仮定して掛けたものをプロットした。これはドリフト速度をドリフト距離全体にわたってならしたものに相当し、前述のドリフト速度の計算 [図 11] と同じ傾向を示している。[図 38]

2.7 考察

V_f に関して、ガス比・ガス種に依存しないで議論するために、検出効率が 50 % になる V_f と検出効率曲線の傾きが $\mathrm{He}{:}\mathrm{C_2H_6}{=}4{:}6$ のときに一致するようにスケールした [図 39][図 40]。

印加電圧 V_f を スケールして V_f' に変換するときには次の式を用いた。

$$V_f' \;=\; V_{f50std} + (V_f - V_{f50})\frac{S}{S_{std}}. \tag{19}$$

ここで V_{f50std} と S_{std} は $\mathrm{He}{:}\mathrm{C_2H_6}{=}4{:}6$ のときの検出効率が 50 % になる V_f と検出効率曲線の傾きである。 V_{f50} と S 注目している混合ガスでの検出効率が 50 % になる V_f と検出効率曲線の傾きである。値は [表 5] 参照。

同じ方法でスケールした位置分解能の印加電圧依存性も同時にプロットした [図 39][図 40]。

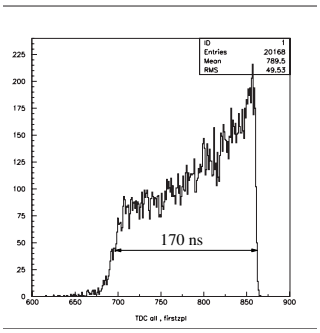


図 36: ドリフト時間を TDC からもとめる

横軸は時間 [ch]。1 ch は 1 nsec。 TDC の 最大計数の 1/5 の計数となる channel 間の幅 を求めた。COMMON STOP なので 右側の立ち上がりがアノードワイヤーの位置に相当する。

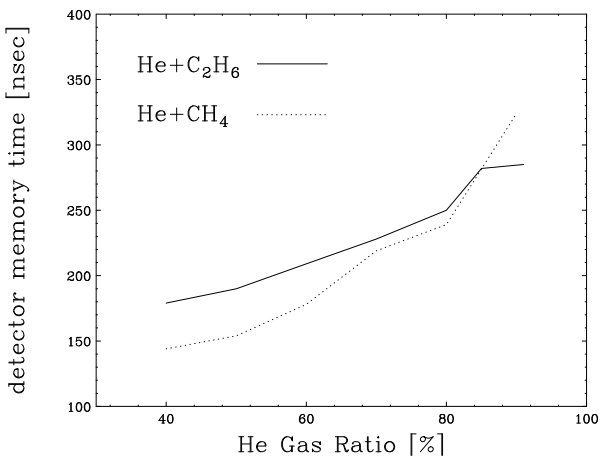


図 37: ドリフト時間とガス混合比

横軸はガス比 [%]。縦軸はドリフト時間 [nsec]。 TDC の 最大計数の 1/5 の計数となる channel 間の幅 を求めた。

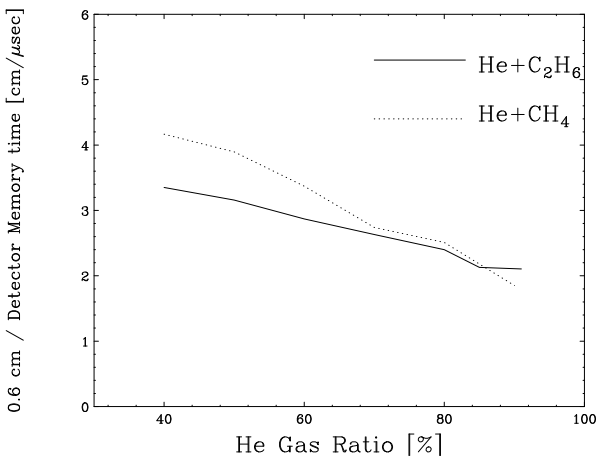


図 38: ドリフト時間の逆数に 0.6 cm を掛けたものとガス混合比の相関
縦軸はドリフト時間の逆数に 0.6 cm を掛けたもの。[cm/μsec]。これはドリフト速度をドリフトスペース 6mm で平均したものに相当する。横軸はガス比 [%]。

前述の電圧を上げると位置分解能がよくなる傾向がはっきりみられる。印加電圧を (上げることができるなら) さらに上げると、また位置分解能が悪くなるという傾向は β 線でのグラフからよくわかる。これらのプロットより位置分解能に関して最適な動作電圧は検出効率が約 100 % になる点から 約 200 V 高い電圧であることがわかった。

[図 41] には各混合ガスについて最も良かった宇宙線での位置分解能をプロットしたものである。 $He : C_2H_6 = 4{:}6$ の $V_f = 2550$ V のときに最も良い位置分解能 109 ± 3 μm が得られた。$He + CH_4$ については、$He : CH_4 = 5{:}5$ の $V_f = 2644$ V のときの 146 ± 4 μm が一番良い位置分解能であった。混合ガス種と比に対する位置分解の相関は、前述の Diffusion の計算結果の傾向 [図 10] と一致する。

また、位置分解能の決定には golden event を用いてきたが、これには欠点があることもわかった。セルの端での inefficiency である。

セルの端での inefficiency はセルの端付近にある角度をもって入射した荷電粒子についておこると考えられる。この荷電粒子は通過した両側にあるセルにシグナルを発生させ、結果的にその面の Multiplicity を 2 だと判断する。つまり、 golden event ではないので解析されない。[図 42] は Multiplicity = 2 の多くがセルの端での電離現象であることを示して

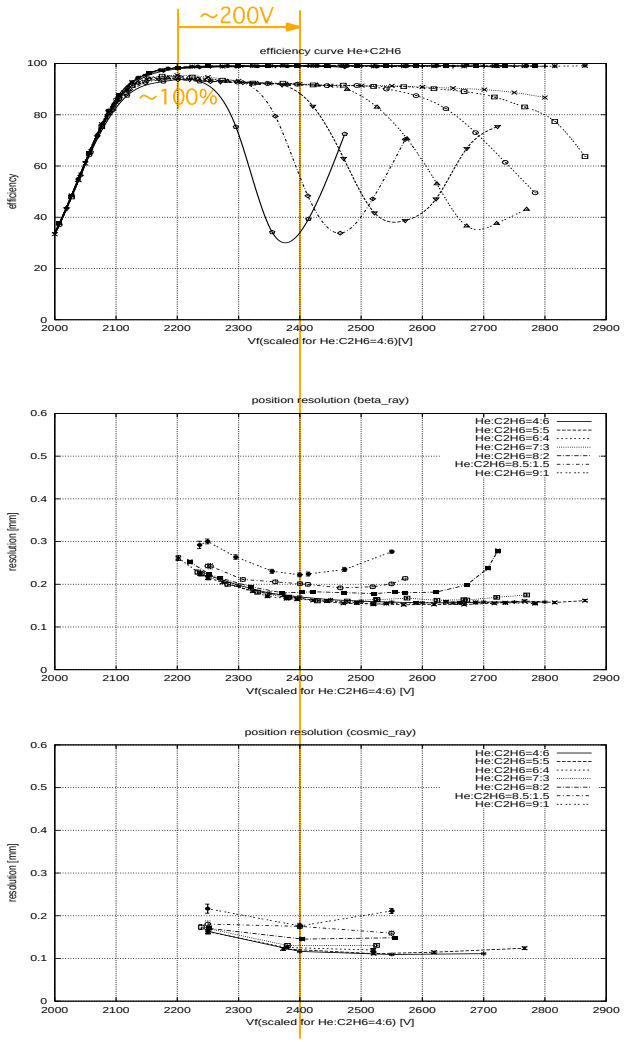


図 39: $He+C_2H_6$: scaled V_f に関する検出効率、位置分解能

「上図」横軸は検出効率 50% の点での位置と傾きを一致させるように scale した V_f [V]。縦軸は検出効率 [%]。各ガス比ごとに全体の検出効率 (Multiplicity はいくつでも良い) と、 Multiplicity 1 の検出効率をプロットした。全体の検出効率については重なっていて区別できないが、Multiplicity 1 についてはプラトーが長い方から順に、$He:C_2H_6$ = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 8.5:1.5, 9:1 である。($V_s = 0.6865 \times V_f$) 「中図」縦軸は縦軸は β 線での位置分解能 σ[mm] の解析結果。横軸は「上図」と同じ。「下図」縦軸は縦軸は宇宙線での位置分解能 σ[mm] の解析結果。横軸は「上図」と同じ。

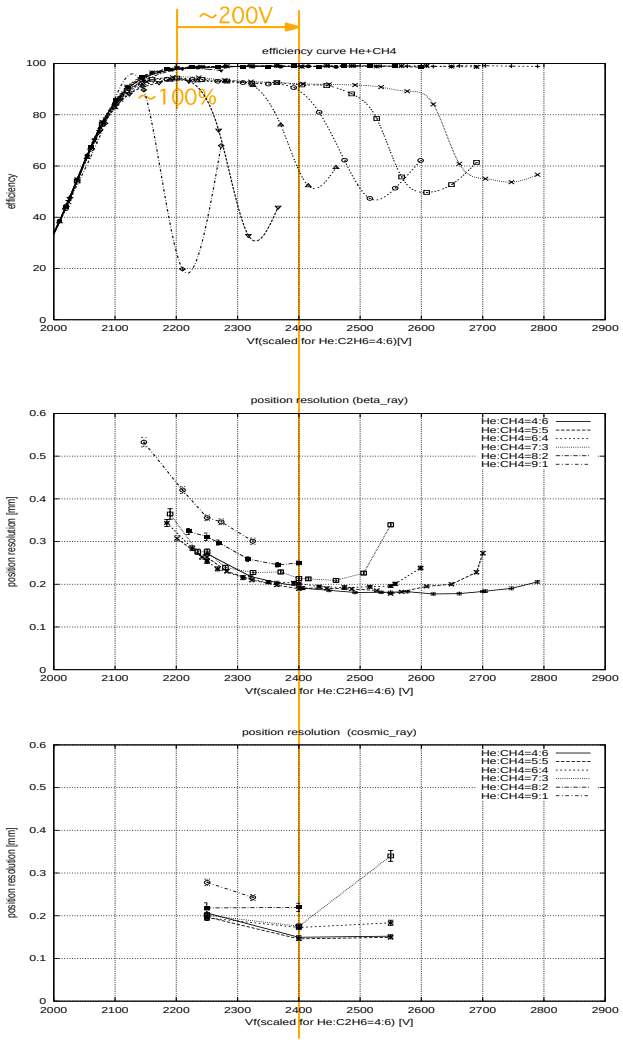


図 40: $He+CH_4$: scaled V_f に関する検出効率、位置分解能

「上図」横軸は検出効率 50% の点での位置と傾きを一致させるように scale した V_f [V]。縦軸は検出効率 [%]。各ガス比ごとに全体の検出効率 (Multiplicity はいくつでも良い) と、 Multiplicity 1 の検出効率をプロットした。全体の検出効率については重なっていて区別できないが、Multiplicity 1 についてはプラトーが長い方から順に、$He:C_2H_6$ = 4:6, 5:5, 6:4, 7:3, 8:2, 8.5:1.5, 9:1 である。($V_s = 0.6865 \times V_f$) 「中図」縦軸は縦軸は β 線での位置分解能 σ[mm] の解析結果。横軸は「上図」と同じ。「下図」縦軸は縦軸は宇宙線での位置分解能 σ[mm] の解析結果。横軸は「上図」と同じ。

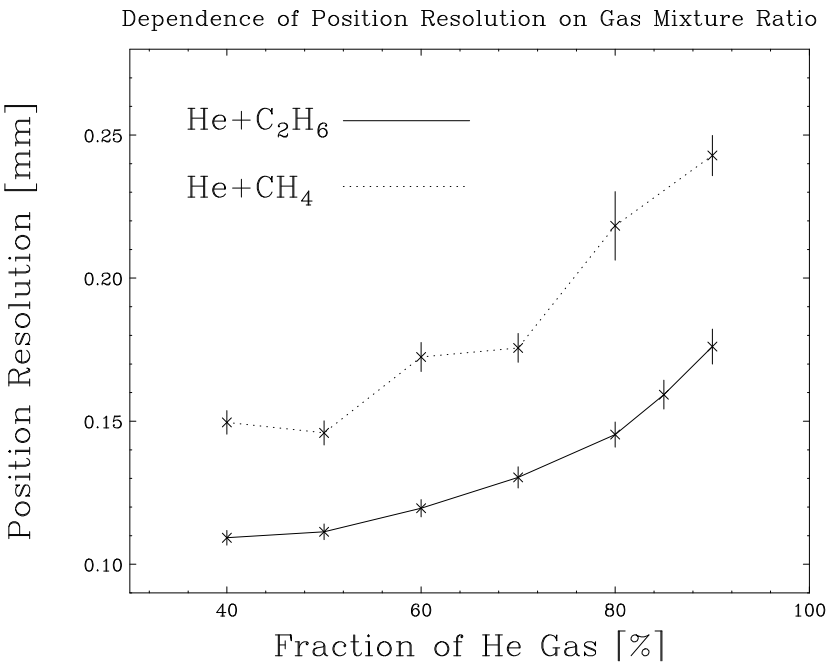


図 41: 各混合ガス と 最もよかった 位置分解能 (宇宙線)

縦軸は位置分解能 σ[mm]。**横軸はガス比** [%]。**実線は** $\mathrm{He} + \mathrm{C_2H_6}$。**点線は** $\mathrm{He} + \mathrm{CH_4}$

いる。

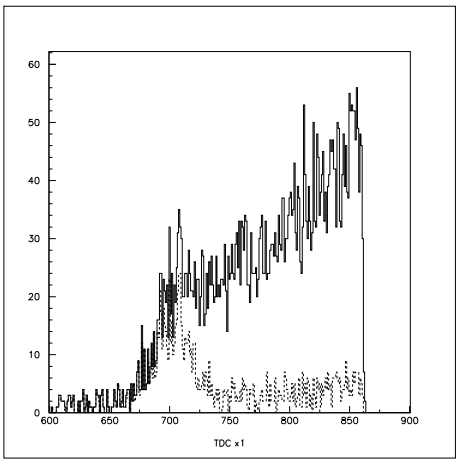


図 42: Multiplicity 2 の TDC

1 面に関して Multiplicity 2 にゲートをかけたときの TDC スペクトルを全てのイベントの TDC スペクトルに重ねて (点線) 表示した。Multiplicity 2 はセルの端に主に集中していることがわかる。

セルの端からドリフトしてくる電子は Diffusion の効果はドリフト時間が長くなると大きくなるので、セルの端に入射したイベントの位置分解能は悪いと考えられる。しかし、この golden event の解析では、位置分解能の悪いと考えられるセルの端でのイベントを解析していないことになる。このため golden event の解析は位置分解能の下限 (良く見積もった値) を与えていると考えられる。よって今回得られた位置分解能を実際の実験での見積もりにそのまま使用するときには、この値に上乗せをして用いるという注意が必要である。

また、今後、セルの端での event も解析できるようにして、位置分解能を求める必要がある。

この場合、セルの端に角度をもって入射したイベントを、単純な面と言う概念をつかって解析するのは難しいと考えられる。なぜなら、[図 43] のように荷電粒子の軌跡と面との交点が、今注目しているセルの領域から外れていても、そのセルでシグナルを発生するからである。今回使用した解析法では、あるセルで発生したシグナルの到達時間情報は、そのセルの大きさより大きい距離 (遠い位置) に変換することはできないようになっている。

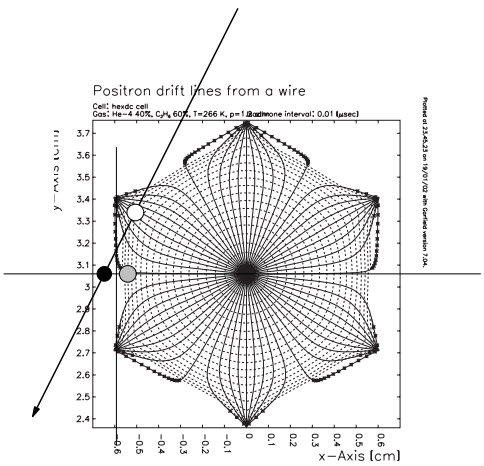


図 43: ミストラック (面とセルでの解析が原理的に困難なイベントの例)
矢印のように荷電粒子が入射した場合、白丸の点で電離したドリフト電子が一番速くアノードワイヤーにたどり着く。この時間は面上の位置で考えると白丸と等しい時間かかって到達する位置は灰丸の場所である。この到達時間に相当する面上の位置は灰丸であるべきである。ところが、トラックと面の交点はセルの外 (黒丸) にあり、アノードワイヤーからの距離は 6 mm 以上である。シンプルに面とセルを概念とした解析方法ではこの黒丸の位置を表すことはできない。

これを解消するためにも、時間情報をアノードワイヤーから軌跡の直線までの距離に変換して tracking する解析が必要である。この方法は前述の、面と軌跡との交点とアノードワイヤーの距離がセルの大きさよりも大きくても解析できる方法である。そして、セルの端に限らず大きな入射角にもよい位置分解能を期待することができる方法である。

この解析を行うことは次の課題である。

また実際の実験での入射荷電粒子は重イオンであるので、電離電子数やアノードワイヤーの直径などの設計が変化し、最適な動作電圧が変化する。それに伴って電場分布も変化し、 Diffusion の効果が変化するので、位置分解能も変化する可能性があることに注意が必要である。

3　まとめ

Base Gas として He を、Quench Gas として C_2H_6 と CH_4 の 2 種類を試みた。ガス比を Base : Quench = 4:6 ~ 9:1 まで変化させて、印加電圧に対する検出効率曲線とその混合ガスでのもっともよい位置分解能を求めた。

異なるガス比での、位置分解能の印加電圧依存性の比較には、検出効率が 50 % になる電圧での検出効率曲線の位置と傾きによる印加電圧のスケールが有用であることがわかった。

位置分解能に関して最適な動作電圧は検出効率が約 100 % になる点から 約 200 V 高い電圧であることがわかった。

Quench Gas の比率が大きくなると位置分解能がよくなる傾向が見られた。また、同じ混合比では Quench Gas として C_2H_6 を用いたほうが位置分解能がよいことがわかった。

He : C_2H_6 = 4:6 の V_f = 2550 V のときに最もよい位置分解能 109 $\pm$ 3 μm が得られた。He + CH_4 については、He : CH_4 = 5 : 5 の V_f = 2644 V のときの 146 $\pm$ 4 μm が一番よい位置分解能であった。

以上の結果は各実験ごとの ドリフトチェンバーの使用ガスの最適化、最適な設計に関して有用な情報を与える。

A　第 0 近似による STC

$x = 0$ にアノードワイヤーがあり $x = x_1$ にセルの端がるとする。位置 x でのドリフト速度を $v(x)$ 位置 x で電離した電子がドリフトして $x = 0$ に到達するまでの時間を $t(x)$ とする。また、荷電粒子は位置 x に関して平行に一様に N 個照射したという条件 (第 0 近似) で考える。この条件は、

$$\frac{dN}{dx} = C(C \text{ は定数}), \tag{20}$$

と書ける。 ただし、$C = N/x_1$ と規格化される。

また、

$$dx = v(x)dt. \tag{21}$$

よって、

$$v(x) = \frac{1}{C}\frac{dN}{dt}. \tag{22}$$

式 (21) を積分して、

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{x=0}^{x} dx, \\ &= \int_{t=t(0)}^{t=t(x)} v(x)dt, \\ &= \frac{1}{C}\int_{t=t(0)}^{t=t(x)} \frac{dN}{dt}dt. \end{aligned} \tag{23}$$

$\frac{dN}{dt}$ は TDC スペクトルに相当する。TDC スペクトルはドリフト速度に相当し、その積分は時間情報から位置情報に変換する関数 (STC : Space to Time Conversion) となることが分かる。

B　位置検出器の分解能と観測量の関係、通過粒子の位置、角度分解能

B.1　一般的な場合

一面あたり Δx の位置分解能をもつ位置検出器を用いて通過位置、角度がどれくらい決まるか、および観測量から位置分解能がどのようにして決まるか評価した。位置検出器には n 面が備えられおり、各面での位置分解能は共通とする。また、進行方向 z の単位長さ (通常は面間隔) を L と記述し、このスケールでの表記を $Z = z/L$ とする。

z_i	i 面目の原点からの距離。
L	単位長さ
$Z_i = z_i/L$	L でスケールした原点からの距離
x_i	i 面目での検出位置
Δx	検出器の位置分解能

粒子の軌道は、直線

$$x = a_0 + a_1 z, \tag{24}$$

で表記する。原点での通過位置は a_0 、角度は a_1 で示される。

最小 2 乗法をもちいて (a_0,a_1) を求める方法は、一般的な方法では、

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - (a_0 + a_1 z_i)}{\Delta x_i} \right)^2, \tag{25}$$

とおいて、これの偏微分が 0 となる条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial a_0} &= 0, \\ \frac{\partial S}{\partial a_1} &= 0, \end{aligned} \tag{26}$$

から、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i - (a_0 + a_1 z_i)}{\Delta x_i} \cdot \frac{2}{\Delta x_i} &= 0, \\ \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i - (a_0 + a_1 z_i)}{\Delta x_i} \cdot \frac{2 z_i}{\Delta x_i} &= 0, \end{aligned} \tag{27}$$

となる。(これは必要条件であるが十分条件ではない。) 行列の形式で書くとわかりやすい。

$$\begin{pmatrix} \sum \frac{x_i}{\Delta x_i^2} \\ \sum \frac{x_i z_i}{\Delta x_i^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum \frac{1}{\Delta x_i^2} & \sum \frac{z_i}{\Delta x_i^2} \\ \sum \frac{z_i}{\Delta x_i^2} & \sum \frac{z_i^2}{\Delta x_i^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix}. \tag{28}$$

ここで、各面の位置分解能が一定、$\Delta x_i = \Delta x (i = 1, 2, \cdots, n)$ を使うと、Δx の係数はすべて消えて、

$$\begin{pmatrix} \sum x_i \\ \sum x_i z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum 1 & \sum z_i \\ \sum z_i & \sum z_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix}, \tag{29}$$

と簡略化される。面の構成 (z_i) を与えると、右辺の行列要素はあらかじめ計算できる。記述の簡略化のために、

$$\begin{aligned} S_1 &= \sum_i 1, \\ S_z &= \sum_i z_i, \\ S_{zz} &= \sum_i z_i^2, \end{aligned} \tag{30}$$

を定義する。

行列式 $D = S_1 S_{zz} - S_z^2$ を使って (a_0,a_1) を求めると、

$$a_0 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} \sum x_i & S_z \\ \sum x_i z_i & S_{zz} \end{vmatrix}, \tag{31}$$

$$a_1 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} S_1 & \sum x_i \\ S_z & \sum x_i z_i \end{vmatrix}, \tag{32}$$

のようになる。より書き下して記述すると、

$$a_0 = \frac{1}{D} \sum_{j=1}^{n} (S_{zz} - z_j S_z) x_j, \tag{33}$$

$$a_1 = \frac{1}{D} \sum_{j=1}^{n} (S_1 z_j - S_z) x_j, \tag{34}$$

となる。次に上の式を使って (a_0,a_1) の決定精度を求める。

$$\frac{\partial a_0}{\partial x_j} = \frac{1}{D}(S_{zz} - z_j S_z), \tag{35}$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial x_j} = \frac{1}{D}(S_1 z_j - S_z), \tag{36}$$

を使って、

$$\begin{aligned}
\Delta a_0^2 &= \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial a_0}{\partial x_j}\right)^2 \Delta x_j^2, \\
&= \frac{1}{D^2}\sum_{j=1}^{n}(S_{zz}-z_jS_z)^2\cdot\Delta x_j^2. \qquad (37)\\
\Delta a_1^2 &= \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial a_1}{\partial x_j}\right)^2 \Delta x_l^2, \\
&= \frac{1}{D^2}\sum_{j=1}^{n}(S_1z_j-S_z)^2\cdot\Delta x_j^2. \qquad (38)
\end{aligned}$$

最後の項は、面ごとの分解能が同じ時にはさらに次のように変形できる。

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^{n}(S_{zz}-z_jS_z)^2 &= \sum_{j=1}^{n}(S_{zz}^2-2z_jS_zS_{zz}+z_j^2S_z^2), \\
&= S_1S_{zz}^2-S_{zz}S_z^2. \qquad (39)\\
\sum_{j=1}^{n}(S_1z_j-S_z)^2 &= \sum_{j=1}^{n}(S_1^2z_j^2-2S_1z_jS_z+S_z^2), \\
&= S_1^2S_{zz}-2S_1\sum_j z_jS_z+\sum_j S_z^2, \\
&= S_1^2S_{zz}-S_1S_z^2. \qquad (40)
\end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}
\Delta a_0 &= \frac{1}{D}(S_1S_{zz}^2-S_{zz}S_z^2)^{\frac{1}{2}}\Delta x=\sqrt{\frac{S_{zz}}{D}}\Delta x, \qquad (41)\\
\Delta a_1 &= \frac{1}{D}(S_1^2S_{zz}-S_1S_z^2)^{\frac{1}{2}}\Delta x=\sqrt{\frac{S_1}{D}}\Delta x, \qquad (42)\\
D &= S_1S_{zz}-S_z^2, \qquad (43)
\end{aligned}$$

となる。

最後に残差分布と面あたりの分解能の関係を調べる。残差 r_k は次の式で表される。

$$\begin{aligned}
r_k &= x_k-(a_0-a_1z_k), \\
&= x_k-\frac{1}{D}\left(\sum_j(S_{zz}-z_jS_z)x_j+\sum_j(S_1z_j-S_z)x_j\cdot z_k\right), \qquad (44)
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{D}\sum_{j=0}^{n}\{\delta_{jk}D - (S_{zz} - z_j S_z) - (S_1 z_j - S_z)z_k\}x_j. \tag{45}$$

よって、その分散は、面あたりの分解能によって、

$$\begin{aligned}\Delta r_k^2 &= \frac{1}{D^2}\sum_{j=0}^{n}\{\delta_{jk}D - (S_{zz} - z_j S_z) - (S_1 z_j - S_z)z_k\}^2\Delta x^2, \\ &= \frac{1}{D^2}\left\{D(D - S_{zz}) + 2DS_z z_k - DS_1 z_k^2\right\}\Delta x^2, \end{aligned} \tag{46}$$

となる。よって、最終的に、

$$\Delta r_k = \sqrt{1 - \frac{S_{zz} - 2S_z z_k + S_1 z_k^2}{D}}\Delta x, \tag{47}$$

が得られる。

B.2 4 面等間隔の場合

$$\begin{aligned} & Z_1 = 0, \quad Z_2 = 1, \quad Z_3 = 2, \quad Z_4 = 3, \\ & S_1 = 4, \quad S_z = 6, \quad S_{zz} = 14. \end{aligned} \tag{48}$$

$$D = 4 \times 14 - 6^2 = 20. \tag{49}$$

$$\Delta a_0 = \sqrt{\frac{7}{10}}\Delta x. \tag{50}$$

$$\Delta a_1 = \frac{1}{20}\sqrt{4^2 \times 14 - 4 \times 6^2}\frac{\Delta x}{L} = \frac{\sqrt{5}}{5}\frac{\Delta x}{L}. \tag{51}$$

$$\begin{aligned}\Delta r_1 &= \sqrt{3/10}\Delta x, \\ \Delta r_2 &= \sqrt{7/10}\Delta x, \\ \Delta r_3 &= \sqrt{7/10}\Delta x, \\ \Delta r_4 &= \sqrt{3/10}\Delta x. \end{aligned} \tag{52}$$

C　物質の混合とクーロン多重散乱

ある物質を一様に圧縮または膨張させて分布させたときにクーロン多重散乱の効果がどのように表されるのか考察する。またその混合についても考察する。

式 (7) で表されるように、ある物質 M の放射長が L_{rM} g/cm^2 で、密度 ρ_M g/cm^3 、厚さ L cm の物質のクーロン多重散乱は、

$$\frac{L}{L_{rM}/\rho_M} = \frac{\rho_M L}{L_{rM}} (\equiv \mathcal{L}_M), \tag{53}$$

で特徴づけられる。以下この値を $\mathcal{L}_M$ と呼ぶことにする。

M が 固体 (S) の場合、厚さ d_S cm の状態で、密度 ρ_{S_0} g/cm^3 だったものを厚さ L cm に一様に分布させて 密度 ρ_S g/cm^3 にしたとすると次式が成り立つ。

$$\rho_S = \rho_{S_0} \frac{d_S}{L}. \tag{54}$$

M が気体 (G) で、何らかの混合ガスの一成分の場合、その比率が r_G ・全圧 p atm (分圧 pr_G) 、また 1 atm (20 ^{O}C) のときには密度が ρ_{G_0} g/cm^3 だったとする。このとき、密度 ρ_{G_0} g/cm^3 は

$$\rho_G = \rho_{G_0} p r_G, \tag{55}$$

で表される。

以下、物質の混合を考える。

式 (7) を何種類かの物質の混合物に適用しようとするときに、それぞれの物質での θ_0 を 2 乗して足し合わせ平方根をとると、角度偏向を過小評価することになりこれは正しい方法とはいえない。前もって、物質を混合した L と L_r を求めてから、式 (7) を一度だけ適用する方法をとると、より正確にクーロン多重散乱を見積もることができる。

つまり、様々な物質 M を混合したときの全体の $\mathcal{L}$ $(= \frac{L}{L_r/\rho} = \frac{L\rho}{L_r})$ は、

$$\mathcal{L} = \sum_M \mathcal{L}_M, \tag{56}$$

となる。以下、これを書き下す。

式 (53)(54)(55) より、

$$\mathcal{L}_S = \frac{\rho_S L}{L_{rS}} = \frac{\rho_{S_0} d_S}{L_{rS}}. \tag{57}$$

$$\mathcal{L}_G = \frac{\rho_G L}{L_{rG}} = \frac{\rho_{G_0} p r_G L}{L_{rG}}. \tag{58}$$

式 (56)(57)(58) より、

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_M \mathcal{L}_M, \\ &= \sum_S \mathcal{L}_S + \sum_G \mathcal{L}_G, \qquad (59) \\ &= \sum_S \frac{\rho_{S_0} d_S}{L_{rS}} + \sum_G \frac{\rho_{G_0} p r_G L}{L_{rG}}. \qquad (60) \end{aligned}$$

ここで、もっと具体的に、固体 S がワイヤーだった場合を考える。ワイヤー (材質 S 、半径 R_S μm $= R_S \times 10^{-3}$ mm $= R_S \times 10^{-4}$ cm) がある長さ (C cm) あたりに n_S 本あったときの平均の厚さ d_S cm を求めと、

$$\begin{aligned} d_S &= \frac{n_S \pi (R_S \times 10^{-4})^2}{C}, \\ &= \frac{n_S \pi R_S^2 \times 10^{-8}}{C}, \qquad (61) \end{aligned}$$

となる。

たとえば物質 M として固体 S と気体 G を考え、固体として タングステン とアルミニウム と Window を、気体として、He と CH_4 と C_2H_6 を考えた場合、以上の式に

$$\begin{aligned} M &= S, G, \\ S &= W, Al, Win, \\ G &= He, CH_4, C_2H_6, \end{aligned}$$

を適用することになる。そして、

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_M \mathcal{L}_M, \\ &= \sum_S \mathcal{L}_S + \sum_G \mathcal{L}_G, \qquad (62) \end{aligned}$$

$$= \mathcal{L}_W + \mathcal{L}_{Al} + \mathcal{L}_{Win} + \mathcal{L}_{He} + \mathcal{L}_{CH_4} + \mathcal{L}_{C_2H_6}. \quad (63)$$

$$= \frac{\rho_{W_0} d_W}{L_{rW}} + \frac{\rho_{Al_0} d_{Al}}{L_{rAl}} + \frac{\rho_{Win_0} d_{Win}}{L_{rWin}} +,$$
$$\frac{\rho_{He0} pr_{He} L}{L_{rHe}} + \frac{\rho_{CH_4 0} pr_{CH_4} L}{L_{rCH_4}} + \frac{\rho_{C_2H_6 0} pr_{C_2H_6} L}{L_{rC_2H_6}}, \quad (64)$$

$$= \frac{n_W \pi R_W^2 \times 10^{-8}}{C L_{rW}} + \frac{n_{Al} \pi R_{Al}^2 \times 10^{-8}}{C L_{rAl}} + \frac{d_{Win}}{L_{rWin}} + \frac{\rho_{He0} pr_{He} L}{L_{rHe}} +$$
$$\frac{\rho_{CH_4 0} pr_{CH_4} L}{L_{rCH_4}} + \frac{\rho_{C_2H_6 0} pr_{C_2H_6} L}{L_{rC_2H_6}}, \quad (65)$$

となる。

また、ガスのみの多重散乱の効果を考えたい場合は、

$$\mathcal{L}_{Gtot} = \sum_G \mathcal{L}_G = \mathcal{L}_{He} + \mathcal{L}_{CH_4} + \mathcal{L}_{C_2H_6}, \quad (66)$$

$$= \frac{\rho_{He0} pr_{He} L}{L_{rHe}} + \frac{\rho_{CH_4 0} pr_{CH_4} L}{L_{rCH_4}} + \frac{\rho_{C_2H_6 0} pr_{C_2H_6} L}{L_{rC_2H_6}}, \quad (67)$$

$$\frac{1}{L_{rGtot}/\rho_{rGtot}} = \frac{\mathcal{L}_{Gtot}}{L}$$
$$= \frac{\rho_{He0} pr_{He}}{L_{rHe}} + \frac{\rho_{CH_4 0} pr_{CH_4}}{L_{rCH_4}} + \frac{\rho_{C_2H_6 0} pr_{C_2H_6}}{L_{rC_2H_6}}. \quad (68)$$

式 (68) の逆数をとって混合ガスの放射長を求めることができる。

D　マスフローコントローラの較正

マスフローコントローラ (MFC:SEC-6440) を He、C_2H_6、CH_4 用に校正した。FFM(フィルムフローメータ) STEC SF-2 はガスの流量を体積で計ることができるので、それを基準に MFC を校正した。方法は、MFC で流量を設定して流し、そのガスをそのまま FFM に接続してその流量をはかり、この 2 つの量を 2 次関数で近似して校正曲線をもとめるというものである。各設定値に対して 8 回の計測をおこなった。

結果を [図 44] から [図 49]、[表 6] に示す。

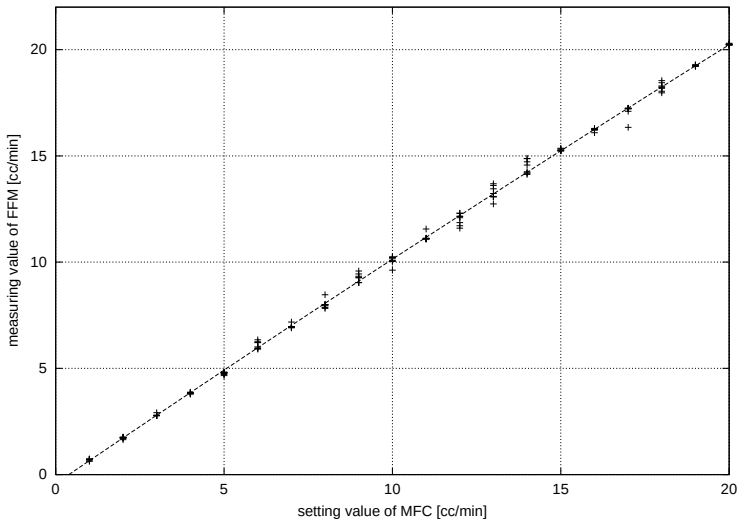


図 44: MFC の校正 He : fitting

縦軸は FFM での計測値 [cc/min]。横軸は MFC での設定値 [cc/min]。

Gas	a	b	c
He	-0.00235593	1.07955	-0.422429
C_2H_6	-0.000399123	0.373679	-0.388624
CH_4	0.000837828	0.545845	-0.389499

表 6: MFC fit parameter

近似式は $y = ax^2 + bx + c$。y は実流量 [cc/min]、 x は MFC での設定流量 [cc/min]。

また、同じデータを 原点を通る直線で fitting した場合に求めた傾き

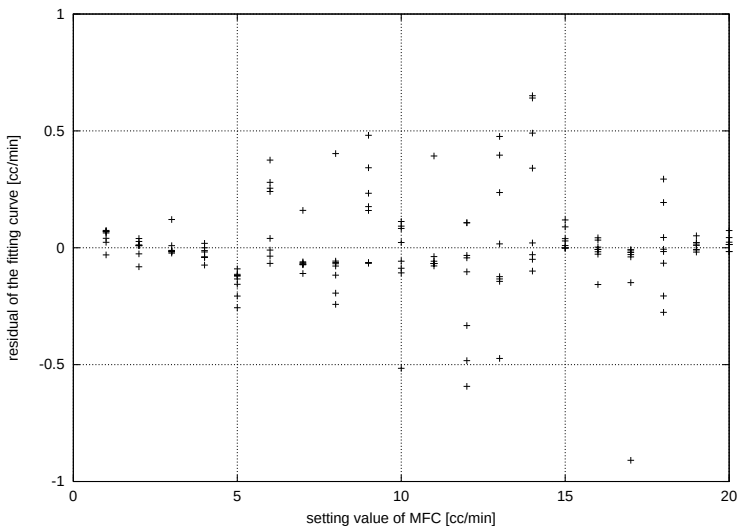


図 45: MFC の較正 He : 残差

縦軸は FFM での計測値 [cc/min]。横軸は MFC での設定値 [cc/min]。

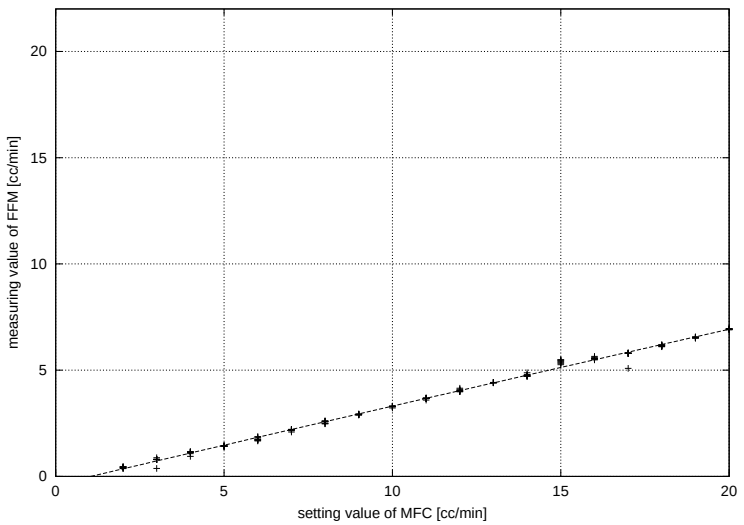


図 46: MFC の較正 C_2H_6 : fitting

縦軸は FFM での計測値 [cc/min]。横軸は MFC での設定値 [cc/min]。

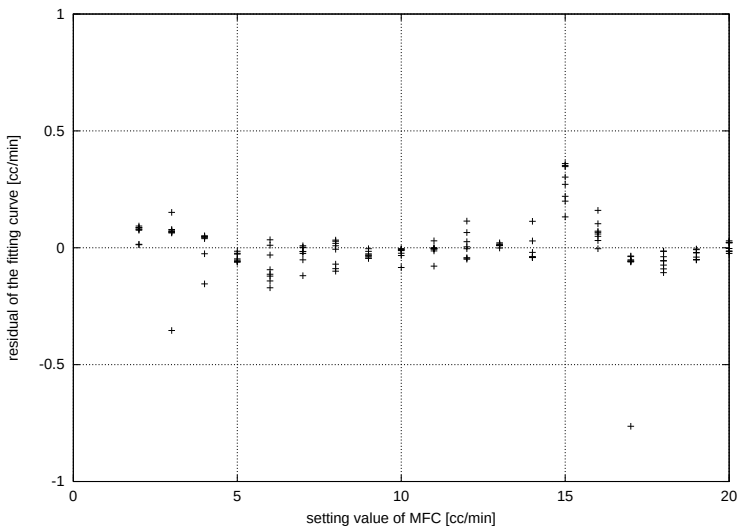


図 47: MFC の較正 C_2H_6 : 残差

縦軸は FFM での計測値 [cc/min]。横軸は MFC での設定値 [cc/min]。

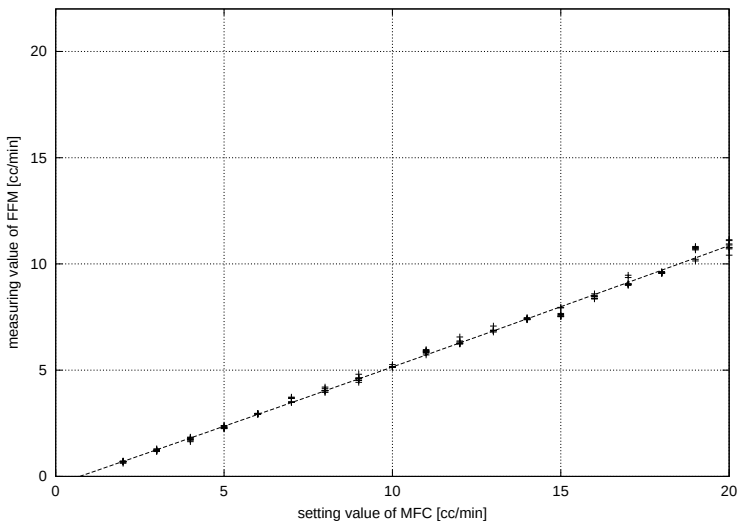


図 48: MFC の較正 CH_4 : fitting

縦軸は FFM での計測値 [cc/min]。横軸は MFC での設定値 [cc/min]。

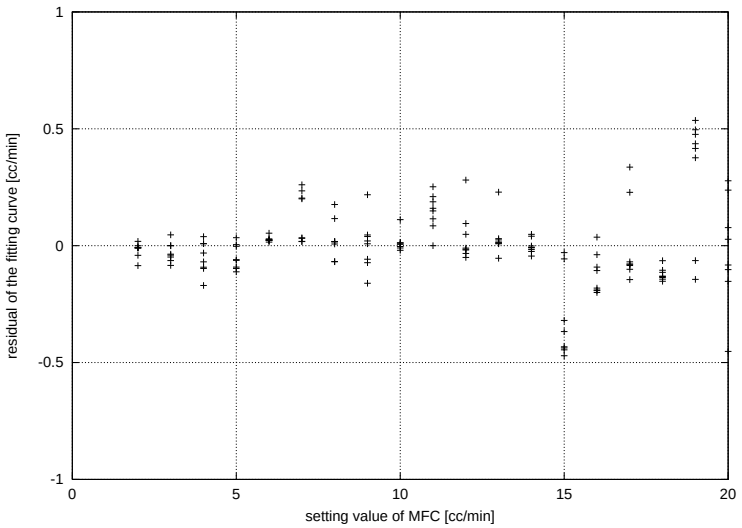


図 49: MFC の較正 CH_4 : 残差

縦軸は FFM での計測値 [cc/min]。横軸は MFC での設定値 [cc/min]。

(Conversion Factor) は He、C_2H6、CH_4 に関してそれぞれ、1.01 、0.34、0.53 であった。

E　一様磁場での荷電粒子の軌跡

E.1　運動方程式と特別解

静磁場 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})$[T] の中での荷電粒子の運動は、Lorentz の 力による運動方程式を満たす。電場はないと仮定する。 制動放射を無視し真空を運動すると仮定すると、この力 $\boldsymbol{F}$[N] は

$$\boldsymbol{F} \;=\; eZ\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}, \tag{69}$$

である。ここで、$\boldsymbol{v}$[m/s] は粒子の速度、$Z[e]$ は荷電粒子の電荷、e[C] は素電荷である。

このとき単位を変換して、$\boldsymbol{F}$[N] を $\boldsymbol{f}$[MeV/c/s] に書き直すと、

$$\boldsymbol{f} \;=\; \kappa Z\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}, \tag{70}$$

となる。ここで κ の単位は [MeV/c/s/(m/s)/T]=[MeV/c/(T·m)] である。以下 κ を求める。

1[c]=c[m/s], 1[MeV]=10^6[eV], 1[eV]=e[J] より、
1[MeV/c/s] $=$ c^{-1} [MeV/m] $=$ $c^{-1}\times 10^6$ [eV/m] $=$ $ec^{-1}\times 10^6$ [J/m] $=$ $ec^{-1}\times 10^6$ [N]

つまり、1[N] $= e^{-1}c\times 10^{-6}$ [MeV/c/s] なので、式 (69)(70) より、

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{f} &= e^{-1}c \times 10^{-6} \times \boldsymbol{F}, \\
&= e^{-1}c \times 10^{-6} \times eZ\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}, \\
&= c \times 10^{-6} \times Z\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}, && (71)\\
&= \kappa Z\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}, && (72)\\
&= \kappa Z\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} \times \boldsymbol{B}, && (73)
\end{aligned}$$

となる。

式 (71)(72) より、$\kappa = c \times 10^{-6} = 299.792458$ [MeV/c/(T·m)] がわかる。

以下、運動方程式を解く。運動方程式は、

$$\boldsymbol{f} \;=\; \frac{d\boldsymbol{P}}{dt}, \tag{74}$$

である。ここで、$\boldsymbol{\beta}c = \boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{P}[\mathrm{MeV}/c] = m\gamma\boldsymbol{\beta}c = m\gamma\boldsymbol{v} = m\gamma\frac{d\boldsymbol{x}}{dt}$, $A = \frac{m}{m_0} = \frac{P}{P_1}$, 質量の単位は $[\mathrm{MeV}/c^2]$ である。$m_0 = 931.494013[\mathrm{MeV}/c^2]$ は A.M.U. 、$P_1[\mathrm{MeV}/c/\mathrm{A}]$ は A.M.U. 当たりの運動量である。また次の関係を定義する。

$$\frac{d^2\boldsymbol{x}}{dt^2} \cdot \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} \equiv 0. \tag{75}$$

よって、式 (74) は式 (73) より、

$$m\gamma\frac{d^2\boldsymbol{x}}{dt^2} = \kappa Z\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} \times \boldsymbol{B}, \tag{76}$$

となる。$s(t)$ を軌跡に沿った初期位置からの移動距離とする ($\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 \equiv 1$) と、

$$\left|\frac{d\boldsymbol{x}}{dt}\right| = constant = v = \beta c = \frac{ds}{dt}, \tag{77}$$

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\beta c, \tag{78}$$

$$\frac{d^2\boldsymbol{x}}{dt^2} = \frac{d^2\boldsymbol{x}}{ds^2}\beta^2c^2, \tag{79}$$

となる。式 (76) を位置に関する量のみで書き直すと、

$$\begin{aligned} m\gamma\beta^2c^2\frac{d^2\boldsymbol{x}}{ds^2} &= \kappa Z\beta c\frac{d\boldsymbol{x}}{ds} \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}(s)), \\ \frac{d^2\boldsymbol{x}}{ds^2} &= \frac{\kappa Z}{P}\frac{d\boldsymbol{x}}{ds} \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}(s)), \end{aligned} \tag{80}$$

となる。

一様磁場 $\boldsymbol{B}= (0, 0, B)$ では、式 (80) は

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{ds^2} &= \frac{\kappa Z}{P}\frac{dy}{ds}B, \\ \frac{d^2y}{ds^2} &= -\frac{\kappa Z}{P}\frac{dx}{ds}B, \\ \frac{d^2z}{ds^2} &= 0, \end{aligned} \tag{81}$$

と書けて、この解は z 軸にそった螺旋となる。これを解くと

$$\begin{aligned} x(s) &= x_0 + \rho\left\{\cos\left(\Phi_0 + \frac{hs\cos\lambda}{\rho}\right) - \cos\Phi_0\right\} \\ y(s) &= y_0 + \rho\left\{\sin\left(\Phi_0 + \frac{hs\cos\lambda}{\rho}\right) - \sin\Phi_0\right\} \\ z(s) &= z_0 + s\sin\lambda, \end{aligned} \tag{82}$$

となる。ここで、

$$\lambda = \sin^{-1}\left(\frac{dz}{ds}\right), \quad -\frac{\pi}{2} < \lambda \leq \frac{\pi}{2}, \tag{83}$$

$$\rho = \frac{P\cos\lambda}{|\kappa ZB|} = \frac{AP_1\cos\lambda}{|\kappa ZB|}, \tag{84}$$

$$h = -\mathrm{sign}(ZB) = \pm 1 \quad \left(\quad = \mathrm{sign}\frac{d\Phi}{ds}\right), \tag{85}$$

$$\phi_0 = \tan^{-1}\left(\frac{dy}{dx}\right)_{s=0}. \tag{86}$$

ここで、(x_0, y_0, z_0) は初期位置、そこでは $s = s_0 = 0$ である。λ [rad] は xy 平面に対する傾き角、ρ [m] は螺旋の回転半径、h は回転の向き、Φ_0 [rad] は初期位置の螺旋中心を軸とした円筒座標系での方位角 $(\Phi_0 = \phi_0 - h\frac{\pi}{2})$、$\phi_0$ [rad] は初期位置での軌跡の方向を方位角で表したものである。[図 50]

また、特に $\lambda = 0$ のときには、式 (84) は

$$\rho = \frac{AP_1}{|\kappa ZB|}, \tag{87}$$

とかける。

E.2 単純なセットアップでの荷電粒子の軌跡

一様磁場のもとでの曲率が ρ 、曲がり角が 90 度付近 (0 度より大きく 270 度より小さい範囲) の場合の単純なセットアップでの荷電粒子の軌跡について考察する。

変数の表記を [図 51] に示す。

条件は、

$$l_1 = X_{min} - x_I, \tag{88}$$

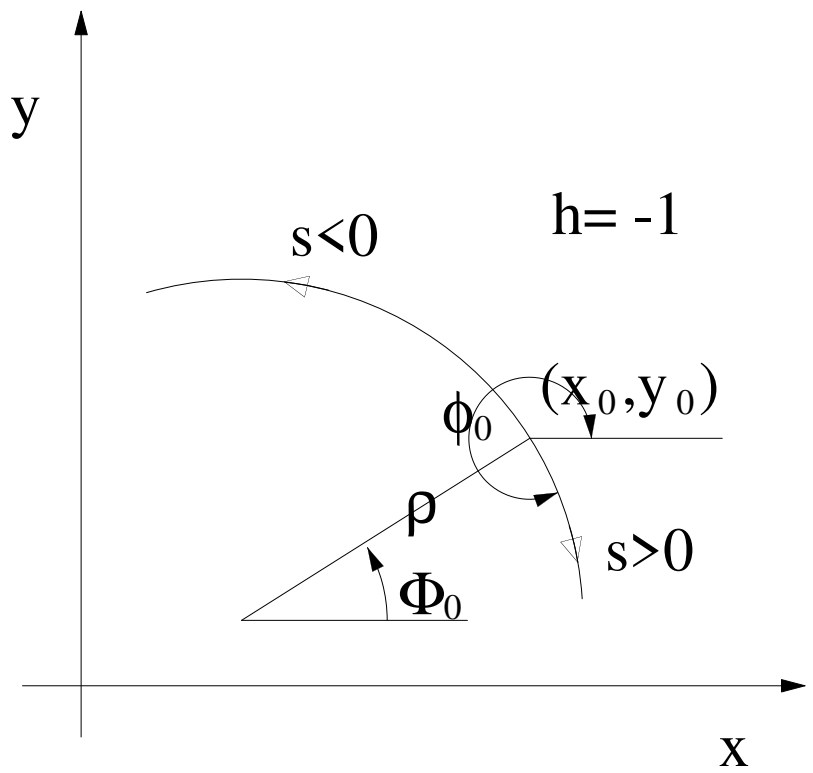


図 50: 一様磁場での荷電粒子の軌跡とそれを特徴づける変数

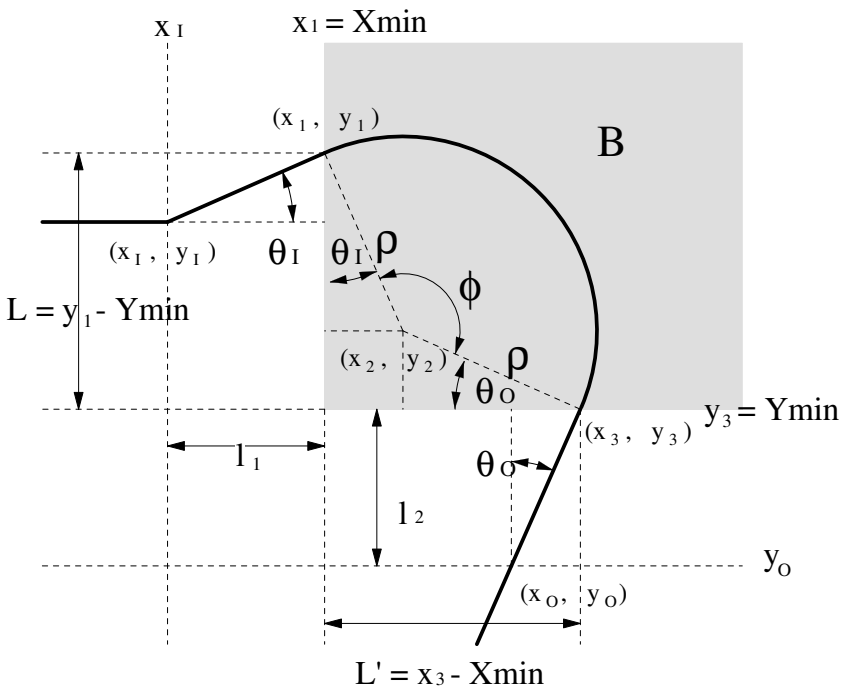


図 51: 単純なセットアップでの荷電粒子の軌跡とそれを表す変数

$$
\begin{aligned}
l_2 &= Y_{min} - y_O, && (89)\\
L &= y_1 - Y_{min}, && (90)\\
L' &= x_3 - X_{min}, && (91)\\
\phi &= \theta_I + \theta_O + \frac{\pi}{2}, && (92)\\
0 < \phi &< \frac{3}{2}\pi, \qquad -\frac{\pi}{2} < \theta_I < \frac{\pi}{2}, \qquad -\frac{\pi}{2} < \theta_O < \frac{\pi}{2}. && (93)
\end{aligned}
$$

磁場の入口では、

$$
\begin{aligned}
x_1 &= x_I + l_1, && (94)\\
y_1 &= y_I + l_1 \tan\theta_I. && (95)
\end{aligned}
$$

回転中心は、

$$
\begin{aligned}
x_2 &= x_1 + \rho\sin\theta_I, && (96)\\
y_2 &= y_1 - \rho\cos\theta_I. && (97)
\end{aligned}
$$

磁場の出口では、

$$
\begin{aligned}
x_3 &= x_2 + \rho\cos\theta_O, && (98)\\
y_3 &= y_2 - \rho\sin\theta_O. && (99)
\end{aligned}
$$

検出位置では、

$$
\begin{aligned}
x_O &= x_3 - l_2\tan\theta_O, && (100)\\
y_O &= y_3 - l_2, \qquad (y_3 = Y_{min}). && (101)
\end{aligned}
$$

よって入口側から追いかけると、検出位置と角度は

$$
\begin{aligned}
x_O &= x_I + l_1 + \rho\sin\theta_I + \rho\cos\theta_O - l_2\tan\theta_O, && (102)\\
y_O &= y_I + l_1\tan\theta_I - \rho\cos\theta_I - \rho\sin\theta_O - l_2, && (103)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
L &= \rho\cos\theta_I + \rho\sin\theta_O, && (104)\\
\sin\theta_O &= \frac{L}{\rho} - \cos\theta_I, && (105)\\
\cos\theta_O &= \sqrt{1 - \sin^2\theta_O}, && (106)\\
\tan\theta_O &= \sin\theta_O / \cos\theta_O, && (107)
\end{aligned}
$$

となる。

逆に出口側からおいかけると、(102)(103) を移項して、反応位置と角度は

$$x_I = x_O - l_1 - \rho\sin\theta_I - \rho\cos\theta_O + l_2\tan\theta_O, \quad (108)$$

$$y_I = y_O - l_1\tan\theta_I + \rho\cos\theta_I + \rho\sin\theta_O + l_2, \quad (109)$$

$$L' = = \rho\sin\theta_I + \rho\cos\theta_O, \quad (110)$$

$$\sin\theta_I = \frac{L'}{\rho} - \cos\theta_O, \quad (111)$$

$$\cos\theta_I = \sqrt{1-\sin^2\theta_I}, \quad (112)$$

$$\tan\theta_I = \sin\theta_I/\cos\theta_I, \quad (113)$$

となる。

また、実際の tracking では、 $x_I, y_I, x_O, y_O, \theta_O$ から ρ, θ_I を求めなければならない。それには、連立方程式 (108)(109) を解けばよい。しかし $\cos\theta_I$ が分母にあり一般形として書けない。

以下、数値的にこの連立方程式を解くための初期値 (ρ) を、近似を使ってもとめる。

入射角が 0 に近いという条件では $\cos\theta_I \approx 1$ という近似が成り立つ。式 (109) は

$$y_I = y_O - l_1\sin\theta_I + \rho + \rho\sin\theta_O + l_2, \quad (114)$$

となり、式 (108) に ρ を、式 (114) に l_1 を掛けて、差を取り、$l_1\rho\sin\theta_I$ を消去して整理すると、

$$\rho^2(1+\sin\theta_O) + \rho(l_1\cos\theta_O + y_O + l_2 - y_1) + l_1x_I + l_1^2 - l_1l_2\tan\theta_O - l_1x_O = 0, \quad (115)$$

のように ρ についての 2 次方程式になる。

これを解いて、

$$\rho = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad (116)$$

$$a = 1+\sin\theta_O, \quad (117)$$

$$b = l_1\cos\theta_O + y_O + l_2 - y_1, \quad (118)$$

$$c = l_1x_I + l_1^2 - l_1l_2\tan\theta_O - l_1x_O, \quad (119)$$

$$(120)$$

書き下すと、

$$\begin{aligned}\rho &= (-l_1\cos\theta_O + y_O + l_2 - y_1 + \\ &\quad \sqrt{(l_1\cos\theta_O + y_O + l_2 - y_1)^2 - 4(1+\sin\theta_O)(l_1 x_I + l_1^2 - l_1 l_2\tan\theta_O - l_1 x_O)}\ ) \\ &\quad /2(1+\sin\theta_O), \end{aligned} \tag{121}$$

ρ の初期値を求めることができる。(116)(121) で一般には復号のあるべきところが + になっているが、これは ρ が正の値であるためである。

この ρ の初期値として用いれは、連立方程式 (108)(109) を数値的に解くことができる。

また、連立方程式 (108)(109) を θ_O 、x_O、y_I について偏微分を行い連立方程式を解く。

$$A = \cos\theta_I + \sin\theta_O, \tag{122}$$

$$B = \rho\sin\theta_O + \frac{l_2}{\cos^2\theta_O}, \tag{123}$$

$$C = \rho\cos\theta_I, \tag{124}$$

$$D = \sin\theta_I + \cos\theta_O, \tag{125}$$

$$E = \frac{l_1}{\cos^2\theta_I} + \rho\sin\theta_I, \tag{126}$$

$$F = \rho\cos\theta_O, \tag{127}$$

と置くと

$$\frac{\partial\rho}{\partial\theta_O} = \frac{BE-CF}{AC+DE}, \tag{128}$$

$$= \frac{(\rho\sin\theta_O + \frac{l_2}{\cos^2\theta_O})(\frac{l_1}{\cos^2\theta_I} + \rho\sin\theta_I) - (\rho\cos\theta_I)(\rho\cos\theta_O)}{(\cos\theta_I+\sin\theta_O)(\rho\cos\theta_I) + (\sin\theta_I+\cos\theta_O)(\frac{l_1}{\cos^2\theta_I} + \rho\sin\theta_I)}, \tag{129}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial x_O} = \frac{E}{AC+DE}, \tag{130}$$

$$= \frac{\frac{l_1}{\cos^2\theta_I} + \rho\sin\theta_I}{(\cos\theta_I+\sin\theta_O)(\rho\cos\theta_I) + (\sin\theta_I+\cos\theta_O)(\frac{l_1}{\cos^2\theta_I} + \rho\sin\theta_I)}, \tag{131}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial y_I} = \frac{C}{AC+DE}, \tag{132}$$

$$= \frac{\rho\cos\theta_I}{(\cos\theta_I+\sin\theta_O)(\rho\cos\theta_I) + (\sin\theta_I+\cos\theta_O)(\frac{l_1}{\cos^2\theta_I} + \rho\sin\theta_I)}, \tag{133}$$

が求まる。

F　ガスの流量と置換率

全容積：V 、全圧 p_0 のところに、単位時間あたりの流量 v でガス G を流し、置換を行ったとする。ある時間 t が経過した後の G の分圧を $p(t)$ としたとき、ガス置換率 $\varepsilon(t) \equiv \frac{p(t)}{p_0}$ をもとめたい。

ここで、全容積中の G の compornent に相当する体積を $x(t) \equiv V\varepsilon(t)$ と定義する。ただし初期条件は $p(0) = 0, x(0) = 0$ である。

このとき、入ってきたガスが一瞬で全容積内に一様に拡散すると仮定する。微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = v - \frac{x+v}{V+v}v, \tag{134}$$

が成り立つ。第 1 項は入ってくるガス G 、第 2 項は出て行くるガス中の G の compornent に相当する体積を表している。変形して、

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v\left(1 - \frac{x+v}{V+v}\right), \\ &= v\left(\frac{V}{V+v} - \frac{x}{V+v}\right), \end{aligned}$$

$$\frac{1}{v}\frac{dx}{dt} + \frac{x}{V+v} = \frac{V}{V+v}, \tag{135}$$

となって、これは線形非同次微分方程式である。よって、

$$\frac{1}{v}k + \frac{1}{V+v} = 0, \tag{136}$$

$$k = -\frac{v}{V+v}, \tag{137}$$

より、式 (135) の $(\text{左辺}) = 0$ の一般解は、

$$x = Ae^{kt}. \tag{138}$$

$\frac{dx}{dt} = 0$ の特解は、

$$x = V, \tag{139}$$

である。よって、解は、

$$x = Ae^{kt} + V, \tag{140}$$

と書ける。

$x(0) = A + V = 0$ より、$A = -V$。よって、

$$\begin{aligned} x(t) &= V(1 - e^{kt}), \\ &= V(1 - e^{-\frac{v}{V+v}t}), \end{aligned} \tag{141}$$

となる。

以上より、ガス置換率は、

$$\varepsilon(t) \equiv \frac{x(t)}{V}, \tag{142}$$

$$= 1 - e^{-\frac{v}{V+v}t}, \tag{143}$$

となり、1 回置換にかかる時間を $T = \frac{V}{v}$ とすると、n 回置換での交換率は、

$$\varepsilon(nT) = 1 - e^{-\frac{V}{V+v}n}, \tag{144}$$

で表される。

また、ここで、$V \gg v$ とすると、

$$\varepsilon(nT) \approx 1 - e^{-n}, \tag{145}$$

となる。これを表にすると、

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varepsilon(nT)[\%]$	63.2	86.5	95.0	98.2	99.3	99.8	99.9	99.97	99.99	99.995

表 7: n 回置換でのガス交換率

G　TDC スペクトル

β 線で得られた TDC スペクトルの Quench Gas、混合比、印加電圧による変化を [appendix G] にしめす。横軸の単位は nsec である。

それぞれの設定に対して 4 種類の TDC スペクトル を

・白色：全ての時間情報

・灰色：ワイヤーごとに最も時間的に早いもの (COMMOM STOP なので TDC の値としては最も大きいもの)

・灰色斜線：面ごとに時間的に最も早いもの

・濃い模様：golden event

で示した。

参考文献

[1] G.Charpak et al. ,
The use of multiwire proportional counters to select and localize charged particles ,
Nucl. Instr. and Meth. 62 (1968) 235 .

[2] F. Sauli ,
Principles of operation of multiwire propotional and drift chambers,
Lectures given in the academic training programme of CERN 1975-76 (CERN 77-09, Geneva 1977) .

[3] U. von Hagel et al. ,
Influence of the gas composition on the electron transport coefficients in helium-based gas mixtures ,
Nucl. Instr. and Meth A. 420 (1999) 429-440 .

[4] W. Blum, L. Rolandi ,
Particle Detection with Drift Chambers ,
Springer-Verlag ISBN 3-540-58322-X 0-387-58322-X .

[5] R.K.Bock et al. ,
Data analysis techniques for high-energy physics experiments ,
Cambridge University Press ISBN 0-521-34195-7 .

[6] Philip R. Bevington ,
Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences ,
McGraw-Hill Book Company ISBN 0-07-005135-b .

[7] K. Kleinknecht ,
粒子線検出器 -放射線計測の基礎と応用- ,
培風館 ISBN 4-563-02180-6 .

[8] Glenn F. Knoll ,
放射線計測ハンドブック 第 3 版 ,
日刊工業新聞社 ISBN 4-526-04720-1 .

[11] R. Matuzaki ,
drift chamber の gas 特性 ,
1999 年度 東北大学原子核物理 卒業論文 .

[12] M. Watabe ,
drift chamber の gas 特性 ,
1999 年度 東北大学原子核物理 卒業論文 .

[13] Review of Particle Physics ,
Phys. Rev. D 1 JULY 1996 PART I .

[14] K. Mizugami et al. ,
コンピュータによる数値計算 ,
朝倉書店 ISBN 4-254-12577-1 .

[15] Cern Lib. ,
garfield-7 .

[16] California Institute of Technology ,
pgplot .

謝辞

この 2 年間の修士課程における研究において様々な方々に支えられてきました。その皆様方に感謝の言葉を捧げます。

指導教官である東北大学理学研究科物理学専攻の小林俊雄教授には本研究に関して様々なアドバイスを頂いただけでなく、研究活動全般についての指針を頂きました。どうしても遅れてしまい、的はずれになってしまう私を見捨てず御指導くださったことを大変感謝しております。この反省を肝に命じて頑張ります。大変申し訳ありませんでした。

また、大津秀暁助手には、日頃から物理の議論を交わしていただき、また、修士論文を、物理的内容から論理展開や日本語の使い方まで多岐にわたって何度も校正して頂き、大変感謝しております。そして御迷惑をお掛けしたことを深くお詫び申し上げます。

岩佐直仁助教授には修士論文のまとめと校正に関してお世話になり、ありがとうございました。

同じ研究室の大学院生である、奥田貴志氏、大関和貴氏、薬師寺崇氏には日頃から物理の議論を交わしていただき、大変有意義でありました。そのうえトラペの製作では大変お世話になりました。また私生活でもお世話になりました。ありがとうございました。

同じ部屋で研究を行った大学院生の遠藤卓哉氏には私の質問にいつも鋭く的確な洞察で答えて頂き、大変勉強になりました。ありがとうございました。

元同級の松崎龍氏、渡部将明氏の卒業論文を参考にさせていただきました。ありがとうございました。

放射線医学研究所 重粒子治療センター運転課長の高田栄一氏には HIMAC での実験と生活において大変お世話になりました。様々なわがままをきいていただき、ありがとうございました。

理化学研究所 放射線研究室 先任研究員 の 岸田隆氏には Sauli のセルンレポートとその勉強ノートを複写させて頂き、大変勉強になりました。ありがとうございました。

理化学研究所 での 2001 年 9 月の実験ではたくさんの方々にお世話になりました。特に実験責任者の 杉本 崇 氏、 中村 隆司 助教授、 福田 直樹 研究員には大変お世話になりました。ＲＩビームファクトリー計画推進本部 技術顧問石原正泰氏にも感謝しております。ありがとうございました。

同時に加速器グループのスタッフ及びオペレーターの皆様には大変お

世話になりました。この場を借りて感謝致します。

橋本 治 教授、田村 裕和 助教授、中村 哲 助教授、高橋 俊行 助手、 藤井 優 助手、には、普段から物理に関する興味深い話をしてくださり勉強になりました。ありがとうございました。

川村直子氏、加藤守夫氏には様々な日常の生活において手助けして頂きました。感謝しております。

最後に、この修士論文に関する様々な期限を守れず、たくさんの目標を達成できなかったこと、そのせいで迷惑をかけてしまった方々に対して、深くお詫び申し上げます。そしてありがとうございました。