ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験における ハイパー核質量再構成のための新しい手法の 検証

東北大学理学部物理学科
冨田　翔子

平成 27 年

概 要

我々は、ドイツマインツ大学にある連続電子線加速器施設 MAMI-C において、ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を行っている。2012 年に行った実験では、停止した ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の崩壊から生じた π^- の運動量を観測することにより、${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の基底状態の質量絶対値を $\sim$ 100 keV/c^2(rms) の精度で測定することに成功した。本研究では、LHC 実験の解析のために新しく考案された Weight function method を用いて、動いているハイパー核の崩壊により生じる π^- のエネルギー分布から、ハイパー核の質量が再構成できるか検討を行った。 Weight function method は、親粒子の速度分布が未知の場合でも、崩壊先粒子のエネルギー分布から親粒子の質量を再構成するというものである。従来の手法で観測できた、停止した ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ からの π^- のイベント数は非常に少ないため、動いているハイパー核からの π^- の情報も解析に使えないか検討した。

目 次

1 はじめに **4**
1.1 ハイパー核研究の意義 4
1.2 ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験 5
1.3 本研究の目的 6

2 フィッティングによるハイパー核質量の再構成方法 **7**
2.1 最尤法 (Maximum likelihood method) 7
2.2 2012 年実験の解析方法 7
2.3 運動学を用いたフィッティング 8

3 Weight funtion method **11**
3.1 Weight function method とは 11
3.2 Weight function method の原理 11
3.2.1 親粒子の質量が求まる原理 11
3.2.2 Weight function の数学的導出 13
3.3 応用例 17

4 Weight function method のハイパー核崩壊パイ中間子分光実験への応用 **18**
4.1 検証すべき点 18
4.2 検証方法 19
4.3 再構成した質量のゆらぎ 21
4.3.1 親粒子の運動量依存性 21
4.3.2 親粒子の速度分布依存性 22
4.3.3 親粒子の粒子数依存性 24
4.4 バックグラウンドが含まれる場合 25
4.5 全立体角を覆っていない場合 27

5 結論 **28**

6 謝辞 **29**

1　はじめに

1.1　ハイパー核研究の意義

通常の原子核は核子である陽子と中性子を構成要素とし、これらはアップクォークとダウンクォークから成り立っている。この２つのクォークに加えて、ストレンジクォークを含んだバリオンをハイペロンという。最も軽いハイペロンは Λ 粒子である。通常の原子核にハイペロンが含まれたものをハイパー核と呼ぶ。

ハイペロンはフェルミ粒子ではあるが、核子とは異なる粒子であるため、核子からのパウリの排他律を受けない。このため原子核深部の軌道に入り込むことができ、原子核深部の構造について調べることが可能になる。

図１にスピン 1/2 の場合のバリオン８重項を示した。原子核の構成要素として核子のみを考えた場合、核子間相互作用はアップおよびダウンクォークによるフレーバー $SU(2)$ 対称性すなわちアイソスピン対称性をもとに理解されている。ストレンジクォークは６種類あるクォークの中でも、アップクォーク・ダウンクォークの次に軽く、この３つのクォークによるフレーバー $SU(3)$ 対称性を考えることができる。核子に加えてハイペロンも原子核の構成要素に含めることで、核子間相互作用をフレーバー $SU(3)$ 対称性をもとにしたバリオン間相互作用に拡張することができる。

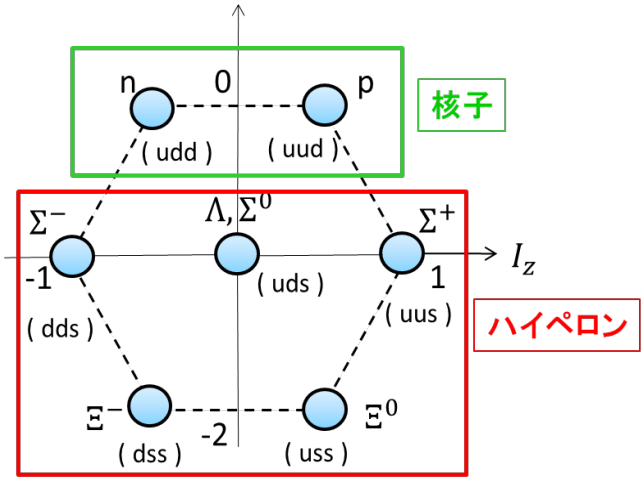


図 1: バリオン８重項 (スピン 1/2)

バリオン間相互作用としては、核子 - 核子相互作用（NN 相互作用）、核子 - ハイペロン相互作用（YN 相互作用）、ハイペロン - ハイペロン相互作用（YY 相互作用）を考えることができる。このうち NN 相互作用については、豊富に NN 散乱の実験データが存在し、現象論的に理解が進んでいる。ところが YN 相互作用については、ハイペロンの寿命が 10^{-10} 秒程度と非常に短くハイペロンビームの生成が困難であるため、YN の直接散乱から両者の相互作用を調べることは難しい。一方でこのハイペロンの寿命は、ハイペロンが原子核に束縛され一定の軌道を回るには

十分な長さである。これにより、ハイパー核分光実験を行うことが可能となり、YN 相互作用の情報が得られる。

Λ 粒子の束縛エネルギー B_Λ を実験的に決めることは、YN 相互作用の理解を進めるうえで大きな役割を果たす。

$$-B_\Lambda = M_{HYP} - (M_\Lambda + M_{core}), \tag{1}$$

上式で M_{HYP} はハイパー核の質量、M_Λ は Λ 粒子の質量、M_{core} は Λ 粒子が束縛されているコア核の質量を表している。M_Λ、M_{core} についてはそれぞれ 10 keV/c^2、0.1 keV/c^2 の精度で測定されているため、ハイパー核の質量を精度良く測定することが Λ 粒子の束縛エネルギーを決めるうえで重要になる。

このように YN 相互作用の理解を深めることがバリオン間相互作用への統一的な理解へとつながっていく。

1.2 ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験

ハイパー核を生成するために実験で用いられている主な反応は、(K^-, π^-)、(π^+, K^+)、$(e, e'K^+)$ 反応の 3 種類である。我々の実験グループでは、電子ビームを用いた $(e, e'K^+)$ 反応により、ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験を行っている。図 2 にこの実験の概念図を示した。

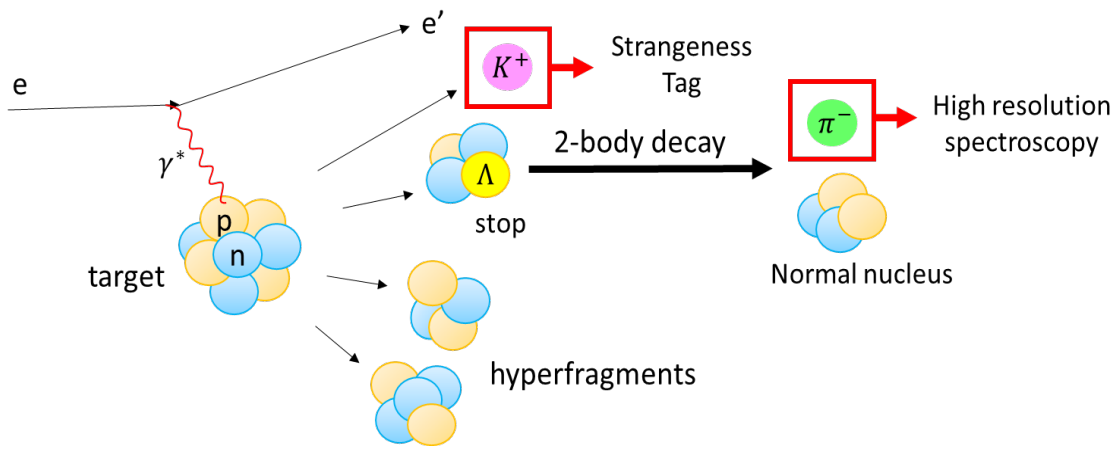


図 2: ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の概念図

$(e, e'K^+)$ 反応は、電磁相互作用により仮想光子を媒介して、標的原子核中の陽子を Λ 粒子に変換する反応である。このとき同時に生成される K^+ 中間子を検出することで、ハイペロン生成イベントをタグ付けしている。$(e, e'K^+)$ 反応の場合、生成される Λ 粒子への運動量移行が ∼400 MeV/c と大きい。したがって標的が ^{A}Z の場合、直接生成される $^A_\Lambda(Z-1)$ だけでなく、運動量移行により破砕した原子核に Λ 粒子が束縛されてハイパー核が形成されることもある。これをハイパーフラグメントという。

このようにして生成されたハイパー核のうち、標的中でエネルギーを失って止まったものに注目する。停止したハイパー核が弱い相互作用により、通常原子核と π^- に２体崩壊した場合、放出される π^- の運動量は一意に決まる。通常原子核の質量および π^- の質量は $\sim$ 0.1 keV/c^2 の精度で分かっているため、このときの π^- の運動量 p_{π^-} を精度よく測定することにより、以下の式からハイパー核の質量 M_{HYP} を求めることができる。

$$M_{HYP} = \sqrt{M_{ncl}^2 + p_{\pi^-}^2} + \sqrt{M_{\pi^-}^2 + p_{\pi^-}^2}. \tag{2}$$

このとき観測される π^- の運動量は、$\sim$ 100 MeV/c と小さいため、スペクトロメータの運動量分解能が $\sim$ 10^{-3} の場合でも、ハイパー核の質量を $\sim$ 100 keV/c^2 の精度で決めることができる。

1.3 本研究の目的

2012 年にドイツマインツ大学にある連続電子線加速器施設 MAMI - C で行われたハイパー核崩壊パイ中間子分光実験において、前節で述べた π^- の運動量を測定することにより、${}^4_\Lambda$H の質量絶対値を $\sim$ 100 keV/c^2(rms) の精度で決定することに成功した。図 3 は実際に実験で得られた π^- 運動量のヒストグラムである。${}^4_\Lambda$H が停止して 2 体に弱崩壊した場合のイベントが、π^- 運動量 $\sim$ 133 MeV/c 付近にピークとして観測できていることが分かる。

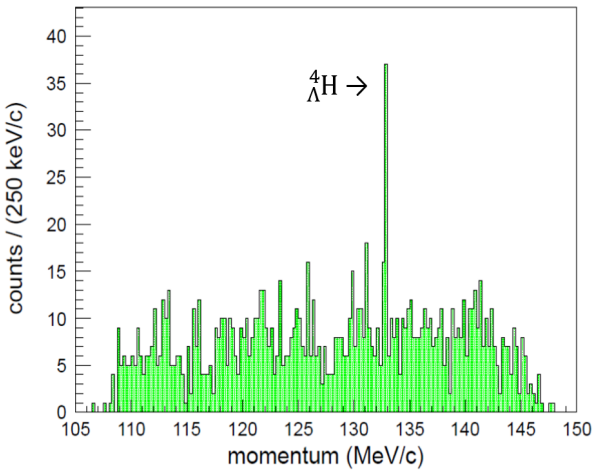


図 3: π^- 運動量スペクトラム [3]

ピークの下に広がる分布には、アクシデンタルバックグラウンド、K^+ 中間子のタグ付けでは区別できない準自由ハイペロンによる π^-、動いているハイパー核の崩壊により生じた π^- など様々なイベントの情報が含まれている。本研究では、もともと LHC 実験の解析のために新しく考案された Weight function method [6] という方法が、我々のハイパー核実験の解析にも応用できないか検討した。Weight function

method は、親粒子の速度分布が未知の場合でも、崩壊先粒子のエネルギー分布から親粒子の質量の情報を引き出せるというものである。

2012 年の実験データにおいてハイパー核のイベントとして実際に解析しているのは、ピークとして観測されている、停止したハイパー核からの π^- のみである。このイベントの統計数は非常に少ない。そこで、Weight function method を用いて、動いているハイパー核から生じた π^- の運動量の情報もハイパー核質量再構成の解析に使えるか検討を行った。

2 フィッティングによるハイパー核質量の再構成方法

この章では実際に得られた実験データから、フィッティングによりハイパー核の質量を決定する方法についてみていく。

2.1 最尤法 (Maximum likelihood method)

実験によりデータが得られたら、そのデータをもっともよく記述できる関数をあてはめ (フィッティング)、その関数から実験データに対する最良推定値とその不確かさを決定する。最良推定値を求める方法としてよく用いられるのが最尤法であり、以下でその概略を述べる [4]。

最尤法は、観測量が従う確率密度関数の理論的形が分かっている場合に使うことができる。いまこの理論的形が関数 $f(x|\theta)$ で表せるとし、この分布に従う n 個のイベント $x_1,\ x_2, \cdots, x_n$ が観測されたとする。ここで θ は見積もりたいパラメータを示している。このとき以下で記述できる尤度関数 $L(\theta|x)$ を考える。

$$L(\theta|x) = f(x_1|\theta)f(x_2|\theta)\cdots f(x_n|\theta), \tag{3}$$

式 (3) は、「連続値 $x_1,\ x_2, \cdots, x_n$ を観測する確率」と解釈できる。一連の n 個のイベントが観測されたのは、この確率が最大すなわち関数 L が最大値を取る場合と考えると、以下の方程式から θ を決定することができる。

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\theta} = 0. \tag{4}$$

見積もりたいパラメータが複数ある場合には、それぞれのパラメータで関数 L を偏微分し、式 (4) に対応する方程式を出せばよい。

2.2 2012 年実験の解析方法

2012 年実験では、前述したように停止した ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の崩壊により生じた π^- の運動量をピークとして観測することに成功し (図 3)、このピークの運動量の値をフィッティングにより求めることで、式 (2) から ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の質量絶対値を決定した [5]。

観測できた π^- のイベント数が限られているため、フィッティングは Unbinned maximum likelihood method を用いて行った。unbinned としているのは、フィッティングするヒストグラムの 1 つの bin 幅の違いにより、フィッティング結果が変わることを避けるためである。観測された各イベントは、 ランダウ分布にガウス分布を畳み込んだ関数 (*Landau Gauss*) で記述される分布に従って起こったと仮定し、この仮定のもと尤度関数 L を定義する。この L に対し、negative log likelihood $-logL$ という量を考える。実験で一連のイベントが観測されたのは、各パラメータに対しこの $-logL$ が最小になった場合であると考えると、ここからフィッティングのパラメータを決定できる。また ($-logL$ の最小値) + 0.5 となる値を各パラメータの誤差と定義した。このたたみ込み関数に、1 次関数で仮定したバックグラウンドを加え、$Landau\ Gauss + (ax + b)$ という関数でフィッティングを行うことにより、図 3 のピーク値を求めた。

最終的なピーク値決定には、スペクトロメータで測定した π^- 運動量の値の校正が必要となる。校正用のデータは、^{12}C の弾性散乱 $^{12}\mathrm{C}(e,e')^{12}\mathrm{C}$ および ^{181}Ta の弾性散乱 $^{181}\mathrm{Ta}(e,e')^{181}\mathrm{Ta}$ から取得した。

弾性散乱の場合、散乱電子のエネルギーは以下のように一意に決まる。

$$E_{e'} = \frac{E_e}{1 + \frac{E_e}{M}(1 - \cos\theta)}, \tag{5}$$

ただし M は電子と弾性散乱した粒子の質量、θ は電子の散乱角を表している。

式 (5) から、散乱電子の真の運動量 $p_{e'}^{true}$ が分かるので、スペクトロメータで実際に測定された散乱電子の運動量 $p_{e'}^{measure}$ とすると、以下の式で表される補正因子 f を適用することで、運動量校正を行うことができる。

$$p_{e'}^{true} = p_{e'}^{measure} \times f. \tag{6}$$

フィッティングにより求めたピークの π^- 運動量に対して、この補正因子 f をかけることにより、最終的なピークの値を決定した。図 3 のピークの最終結果は以下のように求められた。

$$132.92 \pm 0.02 \pm 0.12\ \mathrm{MeV}/c, \tag{7}$$

1 つ目は統計誤差であり、先に述べた ($-logL$ の最小値) + 0.5 となる値から決定される。2 つ目の系統誤差については、スペクトロメータの安定性と補正因子 f の不確定性から生じる誤差である。

この結果を用いると、式 (2) から $^{4}_{\Lambda}$H の基底状態の質量絶対値は $\sim$ 100 keV/c^2 (rms) の精度で決まる。

2.3 運動学を用いたフィッティング

これまでみてきたように、停止したハイパー核の崩壊から生じた π^- の運動量は一意に決まる。一方でハイパー核が動いた状態で崩壊した場合、π^- の運動量は一意

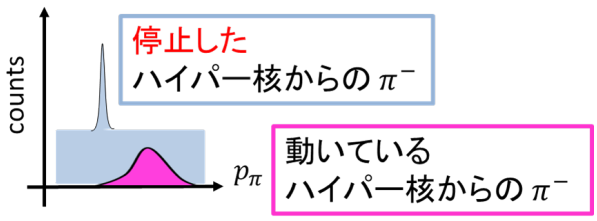


図 4: π^- の運動量分布概念図

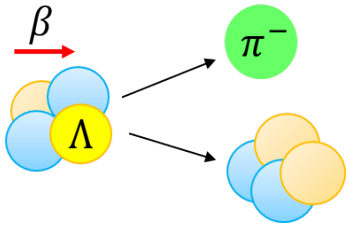


図 5: ハイパー核の 2 体崩壊

に決まらず、分布をもつことになる（図 4）。この π^- の運動量分布を知るためには、ハイパー核の速度分布の情報が必須となる。

図 5 のように Λ ハイパー核が速度 β で運動した状態で 2 体崩壊する場合を考える。ハイパー核静止系 (CM 系）において、π^- は等方的に放出されると仮定し、CM 系における π^- の 4 元運動量 $p_{\pi i}^{CM}$(エネルギーおよび運動量) は、一意の値として、すでに分かっているとする。ハイパー核の速度分布が関数 $f(\beta)$ の形で書き表せるとき、分布の各速度 β_i に対して以下のようにローレンツ変換を施す。

$$p_{\pi i}^{Lab} = \begin{pmatrix} \gamma_i & \beta_i\gamma_i \\ \beta_i\gamma_i & \gamma_i \end{pmatrix} p_{\pi i}^{CM}. \tag{8}$$

これより Lab 系において、各速度 β_i に対応する 4 元運動量 $p_{\pi i}^{Lab}$ を得られる。ここで、γ_i は以下の式で定義される量である。

$$\gamma_i = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_i^2}}. \tag{9}$$

分布上のすべての速度に対しローレンツ変換を行うことで、Lab 系での π^- の運動量分布を関数の形で得ることができる。

2012 年に行われた実験において、動いている ${}^4_\Lambda$H の弱崩壊から生じた π^- が図 3 のどのあたりに分布しているか、GEANT4 を用いたシミュレーションにより見積もった [1]。光子ビームをフェルミ運動している原子核中の核子に照射して、K^+ 中間子と Λ 粒子を生成するという運動学を解き、準自由 Λ ハイペロンの運動エネルギーをモンテカルロ法を用いて計算した。^{8}Li $+\,\Lambda$ と ${}^4_\Lambda$H $+d+d+n$ のエネルギー準位差を差し引くことで、${}^4_\Lambda$H の運動エネルギーを得た。さらに K^+ 中間子を測定するスペクトロメータのアクセプタンスを考慮して得られた、${}^4_\Lambda$H の生成時の運動量分布を図 6 に載せた。

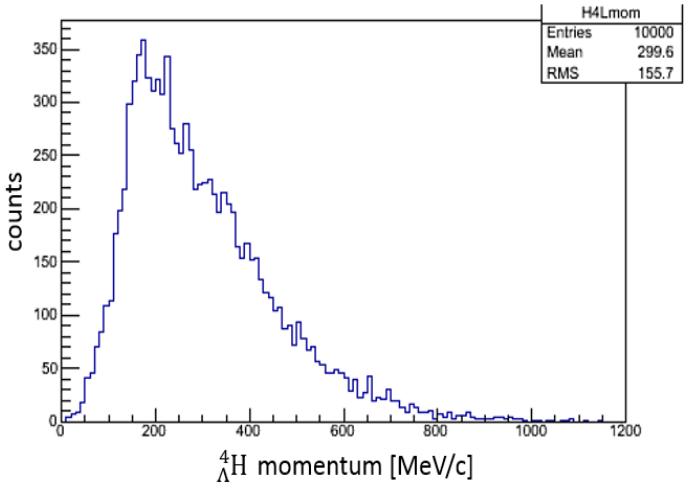


図 6: $^{4}_{\Lambda}$H の生成時の運動量分布。（GEANT4 によるシミュレーション結果）この運動量分布には、ハイパー核イベントを同定するための K^{+} 中間子を測定するスペクトロメータのアクセプタンスが考慮されている。

生成した $^{4}_{\Lambda}$H からの π^{-} を 2012 年実験のセットアップで観測するというシミュレーションを行った結果、動いている $^{4}_{\Lambda}$H からの π^{-} は、大まかに図 7 の赤丸で示された領域に分布していることが分かった。

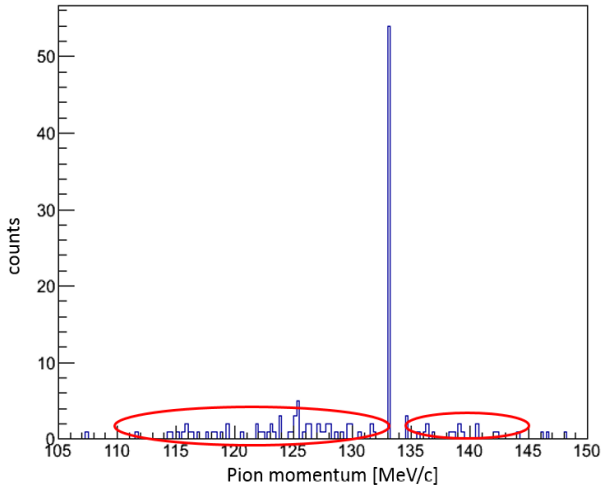


図 7: 動いている $^{4}_{\Lambda}$H の弱崩壊から生じた π^{-} の運動量分布。(GEANT4 によるシミュレーション結果)

ここではシミュレーションにより $^{4}_{\Lambda}$H の速度分布の見積もりを行ったが、実際の実験で生成されたハイパー核の速度分布を測定することは困難である。そこで親粒子の速度分布の情報を必要としない、Weight function method について次節以降ではみていくことにする。

3 Weight funtion method

3.1 Weight function method とは

Weight function method はもともと LHC 実験の解析のために新しく考案された方法である [6]。この方法の最大の特徴は、親粒子の速度分布が未知の場合でも、崩壊先粒子のエネルギー分布から親粒子の質量の情報を引き出せることである。Weight function method を適用するには以下の 2 つの条件を満たす必要がある。

- 親粒子のブースト方向に対し、親粒子に角度依存性がない（偏極がない）
- 親粒子静止系からみた崩壊先粒子のエネルギー分布が既知

注目する崩壊先粒子の質量が無視できる場合、Weight function method は多体崩壊の場合にも拡張可能であるが、ここでは 2 体崩壊の場合についてその詳細を述べる。

3.2 Weight function method の原理

3.2.1 親粒子の質量が求まる原理

図 8 のように親粒子 X が速度 β で動いている状態で 2 体崩壊した場合を考え、崩壊先粒子の一方、粒子 B に注目する。親粒子 X の静止系 (CM 系) において、粒子 B は等方的に放出されると仮定する。またここでは、粒子 B の質量は無視する。

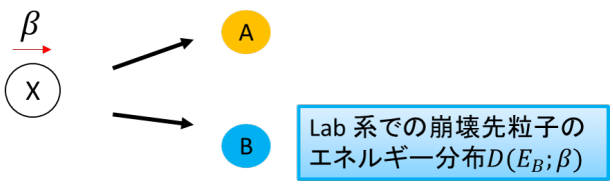


図 8: 親粒子 X の 2 体崩壊

CM 系において、粒子 B のエネルギーは図 9 左のように一意に決まり (E_0)、エネルギー保存および運動量保存則から以下のように書き表される。(粒子 B の質量 $m_B = 0$)

$$E_0 = \frac{M_X^2 - m_A^2}{2M_X}. \tag{10}$$

Lab 系における粒子 B のエネルギー E_B は、この E_0 をローレンツ変換することで得られる。親粒子 X の速度 β が一定で、粒子 B が等方的に放出されると仮定している場合、E_B の分布は図 9 左のように長方形になる。このとき上端の値 $e^y E_0$ は、粒子 B が親粒子 X のブースト方向と同じ方向に放出された場合、下端の値 $e^{-y} E_0$

は 180° 方向に放出された場合にそれぞれ対応している。ここで、y は以下のように親粒子の速度 β で定義される *rapidity* という量である。

$$e^{2y} = \frac{1+\beta}{1-\beta}. \tag{11}$$

Lab 系での粒子 B のエネルギー分布に対し、E_B から ρ へ変数変換を行う。

$$\rho = log\frac{E_B}{E_0}. \tag{12}$$

すると図 9 右のように、Lab 系での粒子 B の分布を $\rho = 0$ に関して対称な形の関数として書き表すことができる。

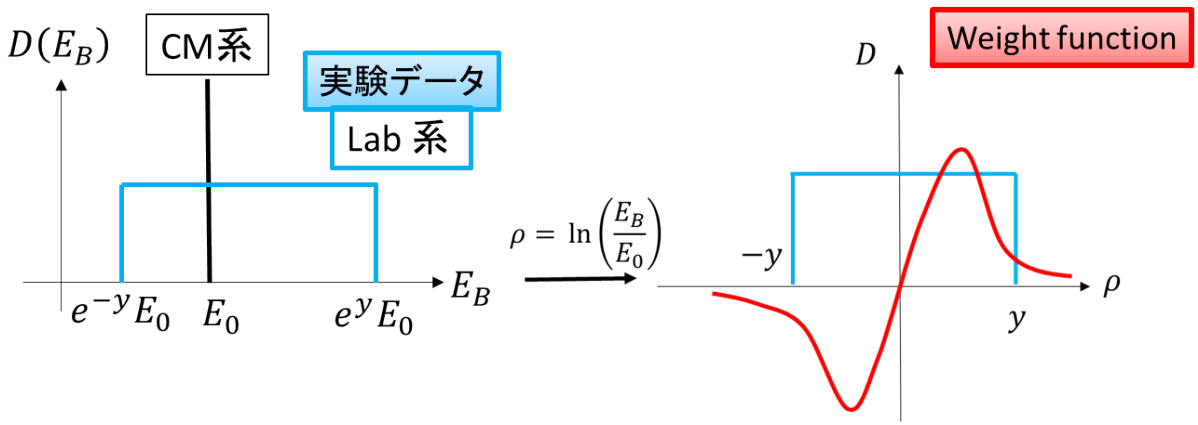


図 9: Weight function method の原理

ここで E_B に関する以下のような積分を考える。

$$I(m) = \int dE_B W(E_B; m) D(E_B; \beta), \tag{13}$$

$D(E_B;\beta)$ は Lab 系での粒子 B のエネルギー分布であり、実際の実験データに対応する。$W(E_B;m)$ は Weight function と呼ばれる関数である。

図 9 右のように Weight function として ρ の奇関数を選んでおく。ρ は E_0 を含んだ変数であり、E_0 は式 (10) から明らかなように親粒子の質量に依存した量である。$I(m)$ は、求めたい親粒子の質量 m_{true} のところでのみ (偶関数)×(奇関数) の積分となり、積分値が 0 になる。

関数 $I(m)$ は、求めたい親粒子の質量を仮定し、それを変数 m として与えることで作成する。このとき Weight function $W(E_B;m)$ に、仮定した親粒子の質量がパラメータ m として含まれていることになり、ここには m_{true} 以外の情報も入っている。一方で実験データ $D(E_B;\beta)$ には、m_{true} の情報のみが含まれている。$m = m_{true}$ でのみ、$I(m)$ は (偶関数)×(奇関数) の積分となり値が 0 になるので、$I(m)$ のゼロ点を求めることにより、親粒子の質量を得ることができる。

3.2.2 Weight function の数学的導出

前節で、Weight function を ρ の奇関数として選ぶことで、求めたい親粒子の質量 $m = m_{true}$ において関数 $I(m)$ の値が 0 になることを述べた。ここではこの Weight function が ρ の奇関数になることを数学的に導出する [6]。

崩壊先粒子の質量が無視できる場合

始めに注目する崩壊先粒子 B の質量が無視できる場合についてみていく。先ほどと同様に、図 8 の 2 体崩壊の場合について考え、Lab 系での粒子 B のエネルギー分布 $D(E_B)$ を以下のように規格化する。

$$D(E_B) = \frac{1}{E_0(e^y - e^{-y})}\theta(e^{-y}E_0 \leq E_B \leq e^y E_0), \tag{14}$$

ただし関数 θ は以下で定義される階段関数である。

$$\theta(\text{条件}) = \begin{cases} 1 & (\text{条件の満たされる場合}) \\ 0 & (\text{その他}). \end{cases} \tag{15}$$

便宜上、直接 Weight function を求めるのではなく、以下で定義される関数 G を導出することにする。

$$W(E_B) = \left.\frac{\mathrm{d}G(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=\frac{E_B}{E_0}}. \tag{16}$$

関数 $I(m)$ は変数 E_B から変数 x へ変数変換することで、関数 G を用いて次のように表せる。

$$\begin{aligned} I(m) &= \int dE_B W(E_B) D(E_B;\beta) \\ &= \frac{1}{e^y - e^{-y}} \int dx \frac{\mathrm{d}G(x)}{\mathrm{d}x}\theta(e^{-y} \leq x \leq e^y) \\ &= \frac{G(e^y) - G(e^{-y})}{e^y - e^{-y}}, \end{aligned} \tag{17}$$

ここで関数 $F(y)$ を新たに定義する。

$$F(y) \equiv \frac{G(e^y)}{e^y - e^{-y}}. \tag{18}$$

このとき式 (17) は

$$F(y) + F(-y), \tag{19}$$

と関数 $F(y)$ の線形結合の形で表すことができる。この $F(y)$ を

$$(y\text{ の奇関数}) + (\beta\text{にも } y \text{ にもよらない定数})$$

として選べば、$F(-y) = -F(y)$ より、式 (17) すなわち $I(m)$ を親粒子の速度 β に依らない関数にすることができる。
式 (13) の両辺に $(e^y - e^{-y})$ をかけると、関数 G について次のことが言える。

$$\begin{aligned} G(e^y) &= (e^y - e^{-y}) \times F(y) \\ &= (e^y - e^{-y}) \times (y\text{ の奇関数}) + (e^y - e^{-y}) \times (\text{定数}) \\ &= (y\text{ の偶関数}) + (e^y - e^{-y}) \times (\text{定数}). \end{aligned} \tag{20}$$

これより、$x = e^y$ とおいて式 (16) を用いれば Weight function W が得られる。

$$\begin{aligned} W(E_B) &= \left.\frac{\mathrm{d}G(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=\frac{E_B}{E_0}} \\ &= \left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\,\frac{\mathrm{d}G(y)}{\mathrm{d}y}\right|_{e^y=\frac{E_B}{E_0}} \\ &= e^{-\rho}\left\{(\rho\text{の奇関数}) + (\text{定数}) \times (e^{\rho} + e^{-\rho})\right\}\Big|_{e^{\rho}=\frac{E_B}{E_0}}. \end{aligned} \tag{21}$$

ただし、変数 y は ρ に書き換えた。定数部分は 0 と考えて式 (21) のように関数 W を選ぶことにより、式 (17) および (19) から、

$$I(m) = \int dE_B W(E_B) D(E_B;\beta) = 0, \tag{22}$$

が言える。すなわち、真の値 m_{true} でのみ積分値 $I(m)$ は 0 になる。

ここまで親粒子の速度 β は一定として、崩壊先粒子のエネルギー分布をみてきた。しかし実際の実験では親粒子はある速度分布をもつ。このとき、崩壊先粒子のエネルギー分布 $\tilde{D}(E_B)$ は規格化された親粒子の速度分布 $f(\beta)$ を用いて、

$$\tilde{D}(E_B) = \int d\beta f(\beta) D(E_B;\beta), \tag{23}$$

と書き表される。この場合もたとえ $\tilde{D}(E_B)$ が $f(\beta)$ に依存していても、式 (22) が成り立つ。

崩壊先粒子の質量が無視できない場合

続いて崩壊先粒子の質量を考慮する場合について述べる。ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験において注目する粒子は π^- であり、このパイ中間子の質量 $\sim 140\mathrm{MeV}/c^2$ は無視できない。したがって、以下では崩壊先粒子を π^- として質量 $m_{\pi^-} \neq 0$ の場合を考える。質量を無視した場合と議論はほぼ同様であるが、Weight function method を適用するための条件が新たに加わるので、ここではその条件を導出する。
$m_{\pi^-} \neq 0$ の場合、式 (10) は、次のように記述される。

$$E_0 = \frac{M_X^2 - m_A^2 + m_{\pi^-}^2}{2M_X}. \tag{24}$$

再び親粒子の速度は β 一定として、E_0 をローレンツ変換すれば、先ほどと同様に Lab 系での規格化された π^- のエネルギー分布 $D(E_{\pi^-})$ が求められる。

$$D(E_{\pi^-}) \propto \theta(E_\pi^{min} < E_\pi < E_\pi^{max}), \tag{25}$$

ただし、E_π^{max}、E_π^{min} は以下で定義され、y は式 (11) で示した親粒子の *rapidity* である。

$$\begin{aligned} E_\pi^{max} &\equiv \gamma(E_0 + \beta|\vec{p_0}|) = E_0 cosh y + |\vec{p_0}| sinh y, \\ E_\pi^{min} &\equiv \gamma(E_0 - \beta|\vec{p_0}|) = E_0 cosh y - |\vec{p_0}| sinh y, \end{aligned} \tag{26}$$

$$|\vec{p_0}| = \sqrt{E_0^2 - m_{\pi^-}^2}. \tag{27}$$

ここで新たに y_0 という量を定義する。

$$y_0 = \frac{1}{2} ln \left(\frac{E_0 + |\vec{p_0}|}{E_0 + |\vec{p_0}|} \right). \tag{28}$$

次に質量を無視した場合の議論と同様に E_π から ρ への変数変換を行う。

$$E_\pi = E_0 cosh\rho + |\vec{p_0}| sinh\rho. \tag{29}$$

この場合、図 10 のように E_π は $\rho = y_0$ に関して対称な関数となっている。E_π と ρ が 1 対 1 対応になるように、ここでは $\rho > y_0$ 側を取ることにする。

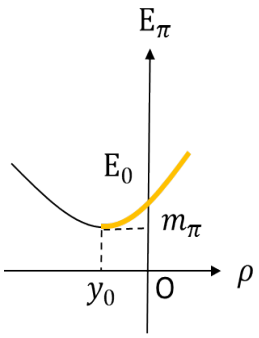


図 10: E_π から ρ への変数変換

このとき、変数変換した π^- のエネルギー分布は

$$\begin{aligned} D(E_{\pi^-}) &\propto \theta(\rho^{min} < \rho < y), \\ \rho^{min} &= \begin{cases} -y & (y < y_0) \\ y - 2y_0 & (y > y_0). \end{cases} \end{aligned} \tag{30}$$

と書ける。π^- のエネルギー分布が ρ についての偶関数になるための条件は $y < y_0$ である。$y > y_0$ の場合、変数変換した分布は長方形であるものの、$\rho = y_0$ で折り返

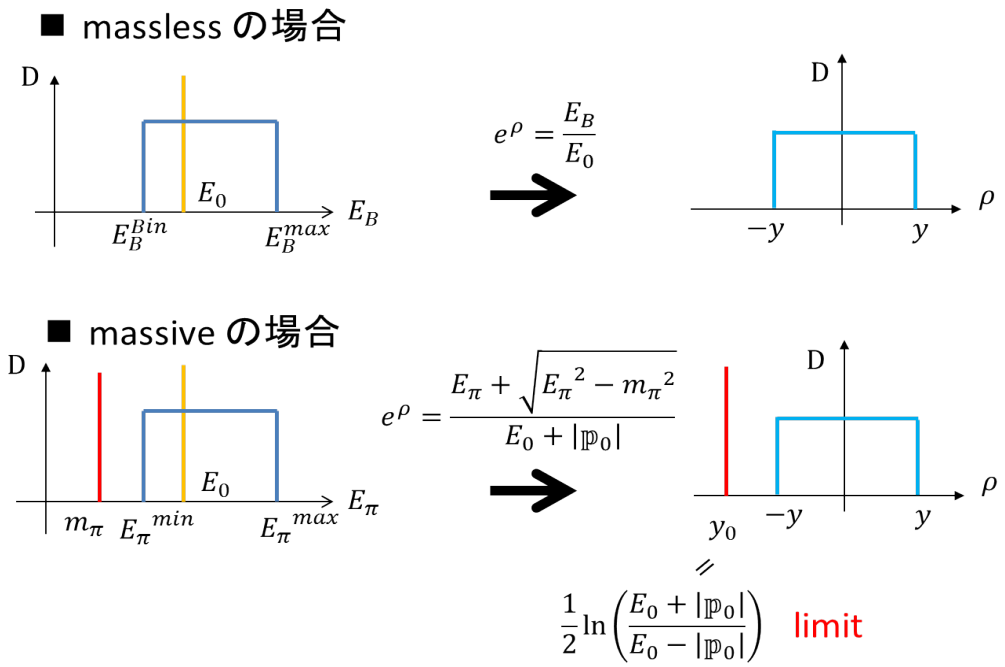


図 11: 変数変換をした場合の比較

してしまい、$\rho = y_0$ に関して対称な関数でなくなる。
$\rho = y_0$ すなわち $E_\pi = m_\pi$ は、Lab 系において π^- が止まっている状態に対応している。親粒子の速度 β が大きくなると、$D(E_{\pi^-})$ の幅は広がっていくが、崩壊先粒子の質量が無視できない場合にはこの分布の下端に m_π という限界値が存在することになる。
以上より崩壊先粒子の質量が無視できない場合に Weight function method を適用するためには

$$y = \frac{1}{2}ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) < \frac{1}{2}ln\left(\frac{E_0 + |\vec{p_0}|}{E_0 - |\vec{p_0}|}\right) = y_0, \tag{31}$$

の条件を満たす必要がある。これは親粒子の速度が小さい場合、あるいは親粒子の質量が大きい場合に対応し、この条件下では式 (22) が成り立って Weight function method の適用が可能となる。

Weight function として選ぶ関数

ここまでで Weight function を数学的に導出してきたが、原理的には、Weight function は 任意の ρ の奇関数とできる。本研究においては、計算のしやすさから Weight function として以下の関数を選んだ。

$$\tilde{G}(E_\pi) = \frac{1}{cosh\rho}\bigg|_{e^\rho = \frac{E_\pi + \sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2}}{E_0 + |\vec{p_0}|}}. \tag{32}$$

ただし、

$$W(E_\pi) = \frac{\mathrm{d}\tilde{G}}{\mathrm{d}E_\pi}, \tag{33}$$

である。

Weight function を変えることにより、この方法から再構成される親粒子の質量の系統誤差が変わってくる。しかし本研究ではその議論は行わず、すべて式 (32) で示した関数を用いて検証を行った。

3.3 応用例

Weight function method の応用例として、トップクオーク質量の再構成を取り上げる [7]。

まず LHC 実験を想定しシミュレーションにより、不変質量 $\sqrt{s} = 14$ TeV でトップクオークを生成する。トップクオークの崩壊チャンネルは複数あるが、このうち図 12 で示される崩壊を利用し、このときの崩壊先粒子の一つであるレプトンに注目する。レプトンの質量を無視した場合、Weight function method は多体崩壊の場合にも拡張可能となる。

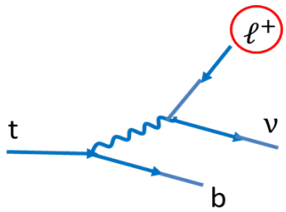


図 12: 注目するトップクオークの崩壊チャンネル

実際の実験において、検出器の影響やイベントセレクションカット、バックグラウンドによりレプトンのエネルギー分布はゆがめれてしまう。こうした実際の実験上の制約を考慮し、シミュレーションにより得られたレプトンのエネルギー分布に対してカットをかける。カットをかけたレプトンのエネルギー分布に対し、そのまま Weight function method を適用すると、$I(m)$ のゼロ点すなわち再構成される質量の値はずれる。そこで、カットした部分に対応するイベントをモンテカルロシミュレーションにより補うということを行っている。図 13 の色の濃い部分が補ったイベントを示している。

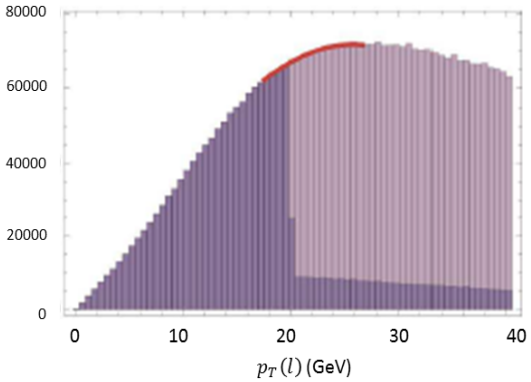


図 13: モンテカルロシミュレーションで補った分布 [7]

このようにカットしたイベントをモンテカルロシミュレーションにより補うことで、質量を精度よく再構成できることが、本節で引用した論文で述べられている。この論文では使用する Weight function を変えた検証も行われており、最終的にトップクオークの質量 173 GeV に対し、統計誤差 0.4 GeV で決定したと報告されている。

4 Weight function method のハイパー核崩壊パイ中間子分光実験への応用

前章までで、ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験および Weight function method それぞれについてみてきた。本章では、Weight function method が我々のハイパー核実験に応用できるか検証した結果についてまとめる。

4.1 検証すべき点

まずトップクオークの応用例であげた LHC 実験とハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の相違点について考える。

第一は、注目している崩壊先粒子の質量である。トップクオークの例ではレプトンの質量を無視していたが、我々のハイパー核実験で注目する π^- 粒子の質量は ~ 140 MeV/c^2 であり、これを無視することはできない。第二に、観測できるハイパー核のイベント数が ~ 100 個程度と非常に少ないことが挙げられる。第三としては、見たいハイパー核からの π^- と 1.3 節で述べたような、その他のイベントからの π^- の区別が困難であることが言える。最後に挙げられるのが、崩壊先粒子のエネルギー分布ないし運動量分布を測定する検出器の立体角の大きさが異なる点である。LHC 実験において、検出器はほぼ全立体角 $\sim$ 4π [sr] を覆っている。しかし MAMI の場合、立体角の大きさは ~ 0.03 [sr] と全立体角の 0.2 % 程度しか覆っていない。これらの相違点を踏まえ、以下の項目について検証を行った。

- 崩壊先粒子の質量が無視できない場合でも、親粒子の質量は再構成可能か。また可能な場合、どの程度の精度で質量を求められるか。
- 親粒子の数が少ない場合、再構成できる質量の精度はどの程度か。
- 知りたい親粒子以外の粒子からの情報が分布に含まれていても、適用可能か。
- 全立体角を覆っていない検出器から得たエネルギー分布に対しても、適用可能か。

3.3.2 節でみたように、崩壊先粒子の質量が無視できない場合 Weight function method を適用するには式 (31) の条件を満たす必要があった。ここで本章で検証を行う Λ と ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の 2 種類の粒子について、式 (31) を満たすための条件を求める。

Λ および ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ について、式 (24) から計算した値をもとに、親粒子の速度 β の限界値 β_{limit} および運動量限界値 p_{limit} を表 1 にまとめた。

表 1: Weight function method の適用限界

粒子	β_{limit}	p_{limit} [MeV/c]
Λ	0.585	804.034
${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$	0.690	3738.723

表 1 で示した値未満であれば、崩壊先粒子の質量を無視できない場合でも式 (31) を満たし、Weight function method を適用できる。これ以降の節においては、この条件を満たす範囲内で検証を行った。

4.2 検証方法

まず始めに、ハイペロンである Λ 粒子を親粒子として、Weight function method の検証を行った。

モンテカルロシミュレーションにより、生成角度一様で Λ 粒子を生成した。生成された Λ 粒子は寿命 200 psec、それぞれ分岐比 64 %、36 % で以下のように崩壊するとした。

$$\Lambda \to p + \pi^-,$$
$$\Lambda \to n + \pi^0.$$

上記の崩壊チャンネルのうち、1 つ目の π^- 粒子が放出される崩壊に注目し、この π^- の運動量を図 14 のように全立体角を覆う検出器で測定するとした。測定された運動量をエネルギーに直すことで得られた π^- のエネルギー分布を図 15 に示した。この分布は一定の運動量 100 MeV/c を持って崩壊した Λ 粒子 10000 個から作成した。

図 15 のような 1 つの π^- のエネルギー分布に対し、Weight function method を用いることで親粒子 Λ の質量を 1 つ再構成できる。

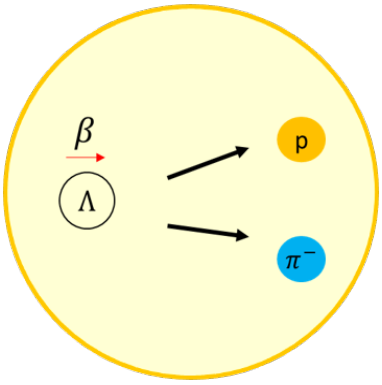


図 14: 仮定した π^- の運動量測定の実験概念図。Λ 粒子の 2 種類の崩壊モードのうち、π^- を伴う崩壊に注目する。放出される π^- の運動量を、図の黄色の円で示した全立体角を覆う検出器で測定するとした。

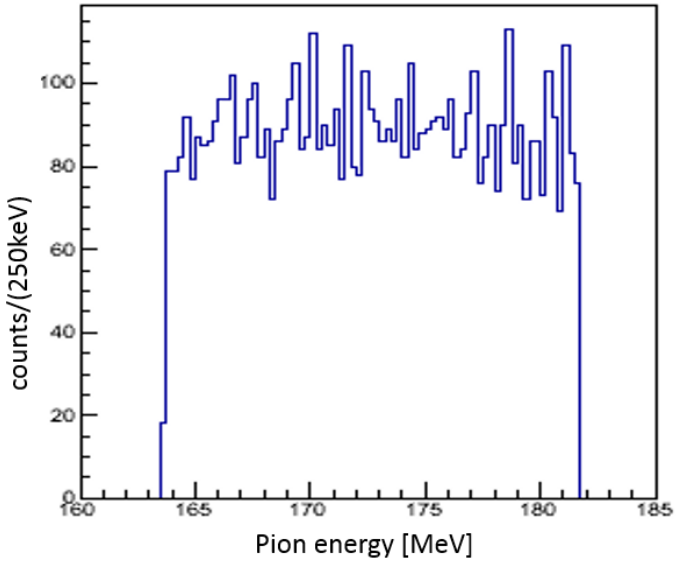


図 15: π^- エネルギー分布。一定の運動量 100 MeV/c を持つ Λ 粒子 10000 個の崩壊から得た。

親粒子の持つ運動量が一定で、かつ親粒子が無限に存在すれば、崩壊先粒子のエネルギー分布は図 9 のように長方形になる。しかし実際には、親粒子の個数は有限であるため、得られる崩壊先粒子のエネルギー分布は図 15 で示したように統計的ゆらぎをもち、理想的な長方形にならない。この分布の統計的ゆらぎにより、Weight function method を用いて再構成される親粒子の質量の値もゆらぐ。このゆらぎがどの程度なのか検証した結果を次節で述べることにする。

4.3 再構成した質量のゆらぎ

4.3.1 親粒子の運動量依存性

親粒子 Λ のもつ運動量を 100 , 200, 400, 600MeV/c と変化させ、Λ 粒子 10000 個から 1 つの π^- エネルギー分布を作成した。前節でも述べたように、この 1 つの π^- エネルギー分布から Λ 粒子の質量が 1 つ再構成される。これを 10000 回繰り返し、再構成した質量を 10000 個を得た (図 16)。

図 16: 検証手順

各運動量の場合について、再構成した 10000 個の質量の分布を図 17 に、この分布をガウス関数でフィッティングした結果を表 2 に示した。表 2 において、μ はガウス関数の中心値を表し、σ はその標準偏差を示している。

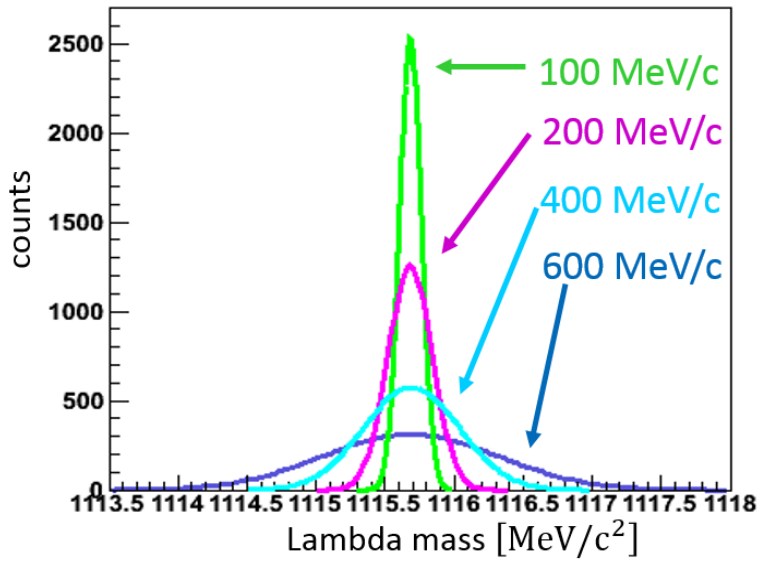


図 17: 各 Λ 粒子の運動量における再構成された質量の分布

いま Λ 粒子の質量は、1115.683 MeV/c^2 を真の値としている。表 2 をみると、Λ 粒子の運動量 400 MeV/c^2 の場合のみ中心値 μ が真の値から 10 keV/c^2 ほどずれているが、それ以外の運動量については、誤差の範囲内で真の値 1115.683 MeV/c^2 に再構成できているといえる。

また図 18 には、Λ 粒子の運動量とフィッティングしたガウス関数の標準偏差 σ の関係をプロットした。

表 2: ガウス関数でフィティングした結果 (運動量依存性)

Λ 粒子の運動量 [MeV/c]	100	200	400	600
μ [MeV/c^2]	1115.683±0.001	1115.681±0.002	1115.691±0.003	1115.682±0.006
σ [MeV/c^2]	0.079±0.001	0.159±0.001	0.346±0.002	0.634±0.005

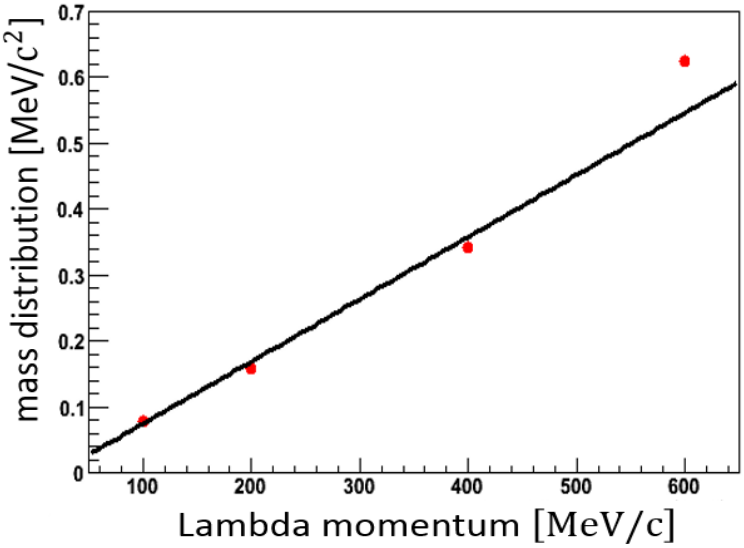


図 18: Λ 粒子の運動量と再構成した質量のゆらぎの関係

図 18 から、Λ 粒子の運動量 600 MeV/c については直線から外れているが、運動量が小さいところでは、運動量にほぼ比例して再構成される質量のゆらぎが大きくなっていることが読み取れる。

$(e, e'K^+)$ 反応の場合、Λ 粒子の生成時の運動量は $\sim$ 400 MeV/c であるので、このとき再構成される Λ 粒子の質量は $\sim$ 350 keV/c^2 のゆらぎを持つことが分かる。

4.3.2 親粒子の速度分布依存性

続いて親粒子 Λ の運動量を変化させた場合について述べる。図 16 と全く同様の検証手順で、Λ 粒子の運動量を 400 MeV/c を中心にして 400 ± 40, 400 ± 80, 400 ± 200, 400 ± 320, 400 ± 400 MeV/c と 5 つのパターンで変化させ、それぞれの範囲で運動量を一様に振った。再構成した 10000 個の質量の分布を図 19 に、ガウス関数でフィッティングした結果を表 3 に示した。また Λ 粒子の質量の真の値 1115.683 MeV/c^2 とフィッティングしたガウス関数の中心値 μ との差を取ったものを図 20 に載せた。ただし、ここで定義した差とは、(ガウス関数の中心値) − (1115.683 MeV/c^2) である。

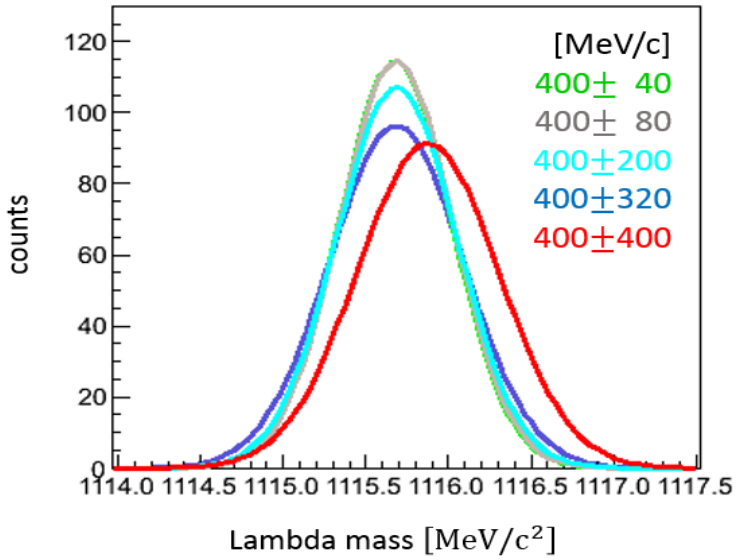


図 19: Λ 粒子の運動量を変化させた場合の質量の分布。400 MeV/c を中心にしてそれぞれの範囲で運動量を一様に振った。

表 3: ガウス関数でフィティングした結果 (運動量を振った場合)

Λ 粒子の運動量 [MeV/c]	400±40	400±80	400±200	400±320	400±400
μ[MeV/c^2]	1115.679 ±0.003	1115.684 ±0.003	1115.686 ±0.004	1115.684 ±0.004	1115.876 ±0.004
σ[MeV/c^2]	0.341 ±0.003	0.343 ±0.003	0.365 ±0.003	0.405 ±0.003	0.428 ±0.003

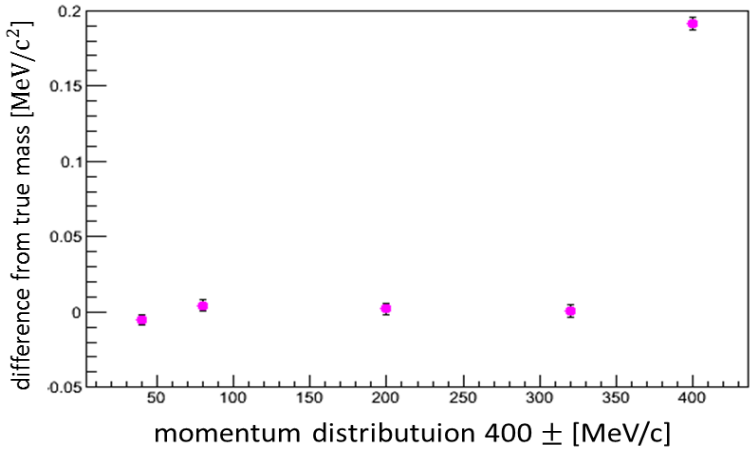


図 20: 再構成された Λ 粒子の質量の真の値からのずれ

図 19 および表 3 より、運動量の値を変化させても、再構成される Λ 粒子の質量の値のゆらぎはさほど大きく変化しないことが分かった。運動量を 400 MeV/c 中心

に 100 % 振った場合すなわち 0 – 800 MeV/c の範囲で一様に振った場合、ガウス関数の中心値が他の 4 パターンに比べ大きくずれていることが図 20 からみてとれる。これは、Λ 粒子の運動量が 0、つまり止まっている場合が含まれているためと考えられえる。

4.3.3 親粒子の粒子数依存性

検証すべき点でもまとめたように、ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験において、観測できるハイパー核のイベント数は非常に少ない。そこで、1 つの π^- エネルギー分布を作成するもととなる、親粒子 Λ の個数を変えて検証を行った。

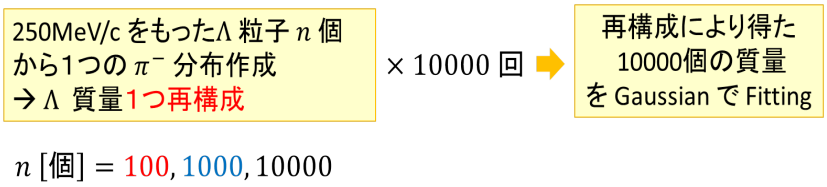


図 21: 検証手順

図 21 が実際の検証手順である。Λ 粒子のもつ運動量は 250 MeV/c で固定し、1 つの π^- 分布を作る Λ 粒子の個数を 100, 1000, 10000 個と変化させた。それぞれの場合について、再構成された Λ 粒子の質量の分布を図 22 に、フィッティング結果を表 4 に示した。

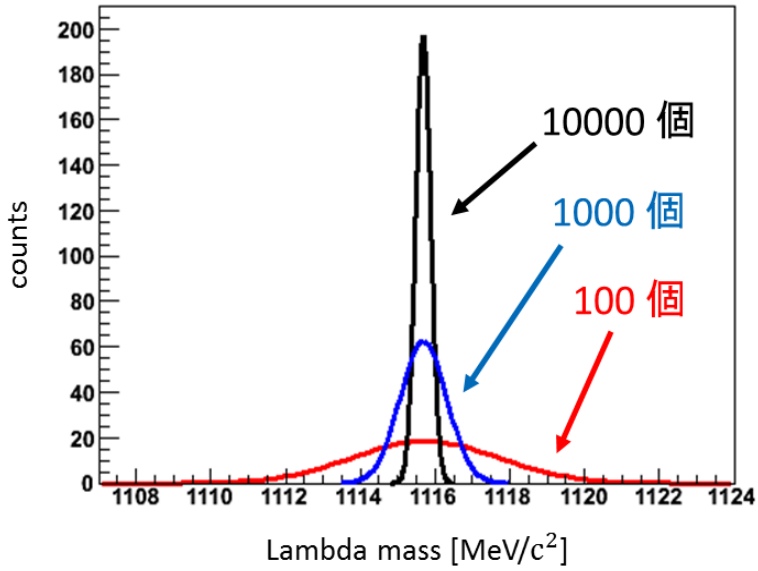


図 22: Λ 粒子の個数を変えた場合の分布

表 4: ガウス関数でフィティングした結果 (親粒子の粒子数依存性)

Λ 粒子の数 [個]	10000	1000	100
μ [MeV/c^2]	1115.684±0.002	1115.686±0.006	1115.75±0.02
σ [MeV/c^2]	0.201±0.001	0.621±0.005	1.97±0.02

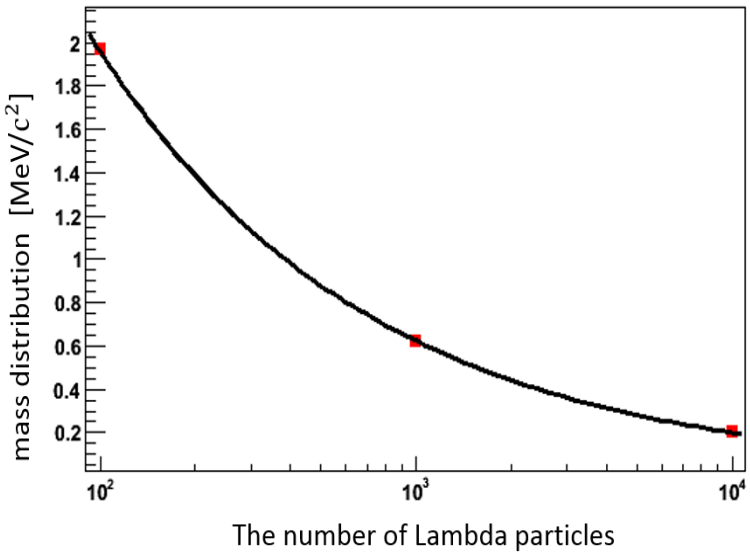


図 23: Λ 粒子の個数と再構成した質量のゆらぎの関係

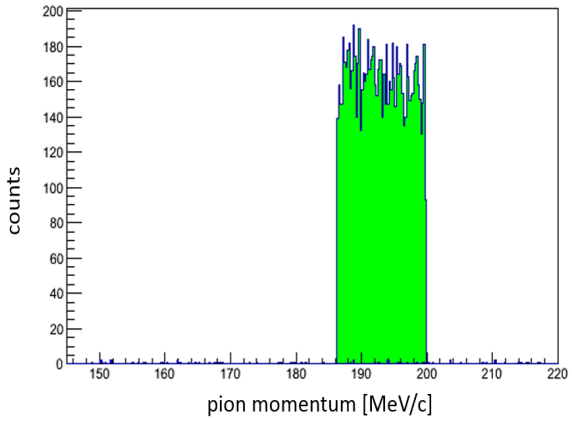
図 23 には Λ 粒子の個数 n と質量のゆらぎ (ガウス関数の標準偏差 σ) の関係を示した。両者は $1/\sqrt{n}$ の関係にあり、再構成される質量は、π^- エネルギー分布の統計的ゆらぎを反映していることが分かる。

4.4 バックグラウンドが含まれる場合

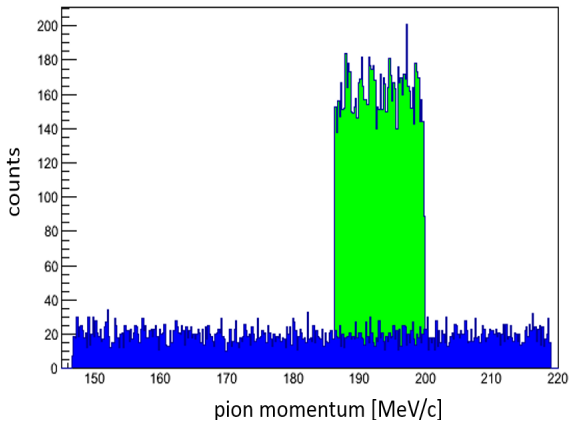
実際の実験では測定したエネルギー分布に、見たい親粒子のイベントではない、バックグラウンドが含まれている。ハイパー核崩壊パイ中間子分光実験において深刻なバックグラウンドとなるのは、K^+ 中間子のタグ付を行っても取り除けない準自由ハイペロンの崩壊により生じる π^- であり、これを分離することは困難である。そこで、π^- エネルギー分布に、見たいハイパー核以外の親粒子の崩壊から生じた π^- も含まれている分布に対して、Weight function method を適用してみた。

まず一定の運動量 400MeV/c をもった Λ 粒子を生成し、この Λ 粒子の崩壊により生じた π^- をバックグランドとした。また一定の運動量 250MeV/c をもったハイパー核 ${}^4_\Lambda$H を生成し、このハイパー核の崩壊から生じた π^- を見たいイベントとした。Λ と ${}^4_\Lambda$H の 2 種類の親粒子の崩壊から得た 2 つの π^- エネルギー分布を統合することで、バックグラウンドを含んだ分布を作成した。このとき、${}^4_\Lambda$H の粒子数は 10000 個で

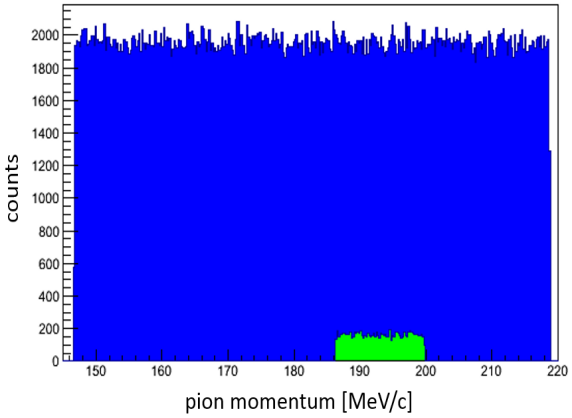
固定し、${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H} : \Lambda = 1 : \mathrm{N}$ となるように、Λ 粒子の数を変化させた。N の値を変えて作成した π^- エネルギー分布を図 24 に示した。緑色部分は、${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の崩壊により得られた π^- 分布を表し、青色部分はバックグランドとした Λ の崩壊から得られた π^- 分布である。図 24 には、N=0.01, 1, 100 の 3 パターンのみ示したが、実際にはこの間の数値を埋めるように、N=0.01, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 の計 11 パターンの π^- 分布を作成した。



(a) N=0.01



(b) N=1



(c) N=100

図 24: バックグランドを含めた分布

このように、Λ と ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の 2 種類の親粒子の崩壊イベントが混ざった π^- 分布に対し、すべて ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の崩壊から生じた π^- として、Weight function method を適用した。このとき再構成された ${}^{4}_{\Lambda}\mathrm{H}$ の質量がどの程度ずれたかを示したのが図 25 である。縦軸の Difference は、図 24 の (緑色+青色) の領域の π^- 分布全体に対し Weight function method を適用して再構成した質量の値と、図 24 の緑色の領域のイベントのみから再構成した質量の値との差の絶対値を表している。

図 25 をみると、バックグランドの割合 N が増えるほど、再構成される質量のずれも大きくなり、最大で $\sim 20\ \mathrm{MeV}/c^2$ ずれることが分かった。

Weight function method は本来単一の親粒子が作る崩壊先粒子のエネルギー分布に対し、適用できる方法である。なぜなら式 (10) からも分かるように、適用に際し

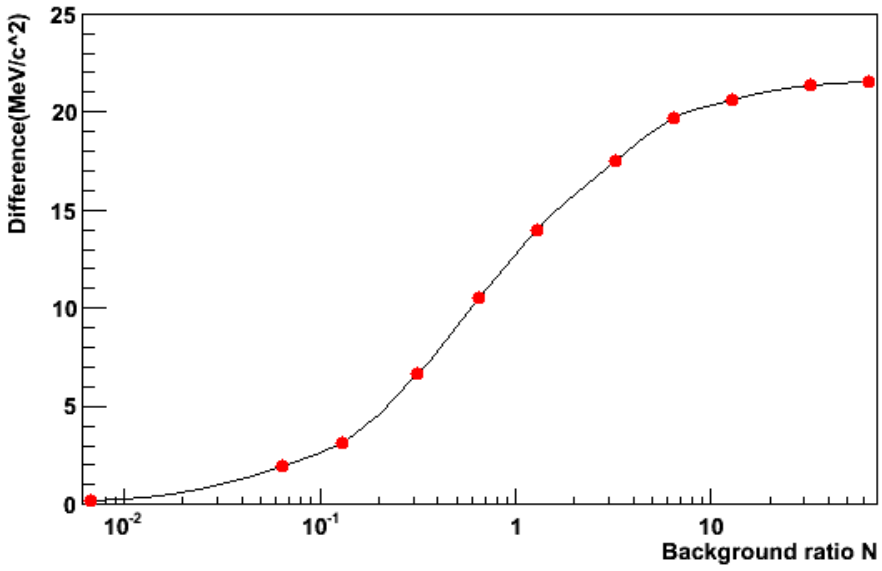


図 25: バックグラウンドを含めた場合に再構成される質量のずれ

て注目する崩壊先粒子 (粒子 B) だけではなく、もう一方の崩壊先粒子 (粒子 A) の質量の情報も用いるためである (図 8)。したがって、この方法を複数の親粒子の崩壊イベントが混ざった分布に対し適用すると、再構成される質量の値はずれ、検証の結果 N=100 の場合には $\sim$ 20MeV/c^2 ほど求まる質量が変わってくることが分かった。以上より、バックグラウンドとなる、見たい親粒子以外からのイベントをいかに取り除くかが、Weight function method により精度よく質量を再構成するうえで重要となることが分かる。

4.5 全立体角を覆っていない場合

続いて崩壊先粒子のエネルギーあるいは運動量を測定する検出器が、全立体角を覆っていない場合について検証する。

まず一定の運動量 400MeV/c をもった Λ 粒子 10000 個を生成し、これら Λ 粒子の崩壊から図 26 のような π^- エネルギー分布を得た。Λ 粒子のブースト方向を z 方向としたとき、得られた π^- 分布に対して $z > 0$ というカットをかけた場合が図 26 の青色で示された領域である。これが全立体角を覆っていない検出器から得た π^- 分布に対応する。

カットをかけずに全立体角を覆って取った π^- 分布に Weight function method を適用して Λ 粒子の質量を再構成した結果、

$$m_{wocut} = 1115.701\mathrm{MeV}/c^2,$$

と求まった。いま Λ 粒子の質量は、1115.683 MeV/c^2 を真の値としているので、4.3.1 節で検証したゆらぎの範囲内で質量を再構成できていることが分かる。

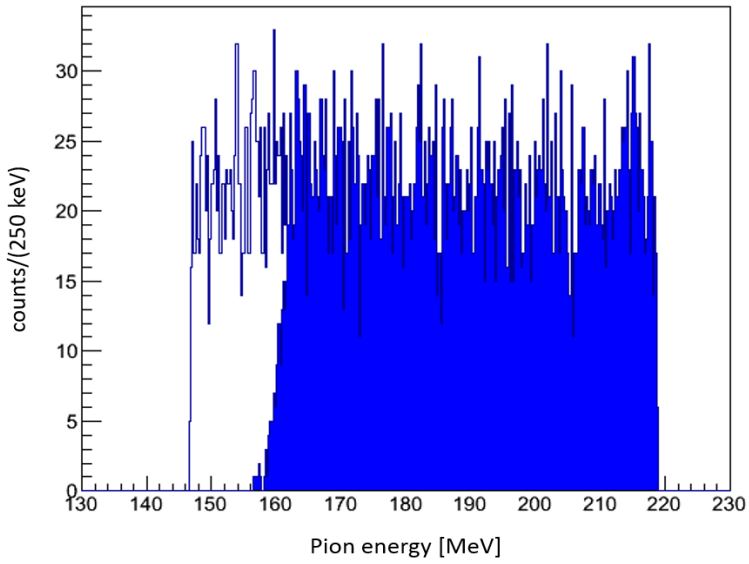


図 26: 全立体角を覆ってない場合の π^-エネルギー分布。色の塗られていない部分を含めた分布全体が何のカットもかけていない場合、π^- の青色の領域が $z > 0$ というカットをかけた場合である。

次にカットをかけた図 26 の青色の分布から Λ 粒子の質量を再構成したところ、

$$m_{wcut} = 1129.679\mathrm{MeV}/c^2,$$

という結果が得られた。これより、全立体角を覆っていない検出器から得られた分布に対してこの方法を適用すると、再構成される質量の値はずれ、今回のカット条件に対しては ~ 15 MeV/c^2 ずれた。

ブースト方向 z に対しかけた $z > 0$ というカットにより、図 9 左側の水色で示した、Lab 系での分布は、長方形の一部が切り取られる。この切り取られた長方形を、変数 ρ で変数変換しても、Lab 系での分布は $\rho = 0$ に関して対称な形にならない。したがって、真の値で関数 $I(m)$ が (偶関数)×(奇関数) の積分にならず、再構成される質量の値がずれることになる。すなわち、注目する崩壊先粒子のエネルギー分布は、全立体角をカバーしたものでなければ、求める精度で質量を再構成できない。

5 結論

LHC 実験のために新しく考案された Weight function method をハイパー核崩壊パイ中間子分光実験の解析にも適用できるか検証を行った。

この方法を適用するためには、第一にバックグラウンドの分布の見積もりが必要となる。4.4 節でもみたように、Weight function method の適用の際には、注目する崩壊先粒子だけでなく、もう一方の粒子の質量情報も必要である。したがってどの親粒子の崩壊から生じた粒子なのか、特定できている必要がある。バックグラウンドを見積もることができれば、それらを差し引くことで、見たい親粒子の崩壊イ

ベントのみからの π^- エネルギー分布が得られる。現在の主なバックグラウンドは、準自由ハイペロンの崩壊から生じる π^- であり、素過程の実験等を行うことで準自由ハイペロンによる分布をある程度見積もることができる。また理論計算を用いた予測も可能である。

第二に、用いる π^- 分布を全立体角で覆う検出器から得た分布にやき直すことが必要である。図 3 のスペクトラムを得た 2012 年の実験では、測定した検出器が全立体角の $\sim 0.2\%$ 程度しか覆っていないが、π^- 運動量を測定しているスペクトロメータを動かし、運動量の角度依存性を測定できれば、原理的に全立体角の分布を得ることは可能である。

第三として、実際に実験で得られる π^- エネルギー分布は 1 つであるため、あらかじめシミュレーションにより、Weight function method を用いて解析した場合の系統誤差を見積もる必要がある。本研究で π^- エネルギー分布を 10000 個用意し 10000 回質量の再構成を行った結果 (4.3.1 節)、運動量 400MeV/c をもつ Λ 粒子の場合、$\sigma \sim 350$ keV/c^2 の精度で質量を再構成できることが分かった。また観測されるハイパー核イベントが ~ 100 個程度の場合、Λ 粒子の質量は $\sigma \sim 2$ MeV/c^2 の精度で再構成できることが分かった (4.4.3 節)。

以上の結果を踏まえると、現在ある実験データに対し Weight function method を適用して、従来のフィッティングによる方法と同程度の精度 ($\sigma \sim 100$ keV/c^2) でハイパー核の質量を決定することは難しい。今後解析に Weight function method を適用して、精度よく親粒子の質量を再構成するためには、より大きな立体角を覆う検出器を用いてハイパー核イベントの測定を行うなど、セットアップの工夫が必要である。

6 謝辞

多くの方々にご指導いただき、卒業研究を行うことができました。

指導教官である中村哲教授には、本テーマを行うきっかけとなる、素粒子理論の方との議論の場を設けていただきました。毎週のミーティングではその時々に応じた方針を示してくださり、研究を進めていくことができました。金田雅司助教には、ROOT について丁寧に教えていただき、 Condor を使うためのシェルスクリプトも書いていただきました。藤井優助教には、ミーティングや中間発表で物理がすぐに理解できなかった際、分かりやすく丁寧に説明していただきました。永尾翔氏には博士論文執筆のお忙しい中、物理に関することから実際の実験のこと、ROOT や GEANT4 に至るまで、じっくりと時間をかけて何度も説明していただきました。永尾氏の多くのご助力のおかげでこの卒業研究をまとめることができました。高橋佑太氏、藤田真奈美氏には、プログラムがうまく書けずつまずいていたとき丁寧に見ていただきました。同輩の外山裕一氏には、同じ実験に関わる研究に携わっていたこともあり、実験に関する些細な疑問も気軽に質問できました。多くの議論の中で理解を深めることができたと思います。

本研究テーマの Weight function method を考案された隅野行成准教授、川端さや

か博士には大変お世話になりました。最初に説明してくださった時から、その後質問に伺ったときまで、私が納得いくまで何度も丁寧に説明していただきました。

卒業研究を進めるにあたりご指導いただきましたすべての方々に感謝申し上げます。

参考文献

[1] 永尾翔　電子線を用いたハイパー核崩壊パイ中間子分光実験手法の研究　修士論文　東北大学 (2011)

[2] 土井大輔　$(e, e'K^+)$ 反応によるハイペロン生成素過程の研究　修士論文　東北大学 (2011)

[3] A. Esser, S. Nagao et al., submitted (2015)

[4] William R. Leo Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments

[5] S. Nagao Department of Physics, Graduate School of Science, Tohoku University, Doctoral thesis (2015)

[6] S. Kawabata, et al., JHEP 08, 129 (2013)

[7] S.Kawabata, et al., arXiv : 1405 .2395 [hep-ph] (2014)